

**Elektrische Eigenschaften
biologischer Gewebe
im Frequenzbereich 1 Hz bis 10 kHz**

Den Naturwissenschaftlichen Fakultäten der
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

zur

Erlangung des Doktorgrades

vorgelegt von

Wolfgang Schelter
aus Arzberg/Obfr.

1985 № 357



Elektrische Eigenschaften biologischer Gewebe
im Frequenzbereich 1 Hz bis 10 kHz

Den Naturwissenschaftlichen Fakultäten der
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

zur

Erlangung des Doktorgrades

vorgelegt von

Wolfgang Schelter

aus Arzberg/Obfr.

Als Dissertation genehmigt von den Naturwissenschaftlichen Fakultäten
der Universität Erlangen-Nürnberg.

Tag der mündlichen Prüfung : 22.5.1985

Vorsitzender der Promotionskommission : Professor Dr. K. Brodersen

Erstberichterstatte r : Professor Dr. Dr. H. Pauly

Zweitberichterstatte r : Professor Dr. R. Helbig

Herrn Prof. Dr. H. Pauly

zum 60. Geburtstag



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546226_0034

I. Einleitung und Problemstellung	3
II. Methode	8
II.1 Prinzip der Impedanzmessung	8
II.2 Vergleich zwischen Zweielektroden- und Vierelektrodenanordnung	9
II.3 Lock-In Technik	11
III. Meßverfahren und Apparatur	12
III.1 Elektrischer Aufbau	12
III.2 Mechanischer Aufbau	12
III.3 Elektrodenpräparation	13
III.4 Bestimmung des Zellfaktors A/d	13
III.5 Temperaturmessung, Temperaturgradienten	13
III.6 Meßwerterfassung und Datenverarbeitung	14
III.7 Fehlerbetrachtung	15
III.7.1 Systematische Fehler	15
III.7.2 Fehlerrechnung	16
III.7.3 Numerische Simulationsrechnung	20
III.8 Auswahl des Gewebematerials	22
III.9 Durchführung der Messung	23
IV. Meßergebnisse	24
IV.1 Betrag und Phase der Probenimpedanz	24
IV.2 Phase der Probenimpedanz im Bereich 1 Hz bis 10 Hz	28
IV.3 Stromdichteabhängigkeit der Probenimpedanz	28
IV.4 Spezifische Leitfähigkeit homogenisierter Gewebeproben	30
IV.5 Temperaturabhängigkeit der Probenimpedanz	31

V.	Auswertung	32
V.1	Zielsetzung	32
V.2	Methodik	32
V.3	Ergebnisse	32
V.3.1	Spezifische Leitfähigkeit und Dielektrizitätszahl	33
V.3.2	Cole-Cole-Darstellung	37
V.3.3	Vergleich der verschiedenen Relaxationsformalimen mit den Meßwerten	39
V.3.4	Ermittlung des Grenzwertes der Dielektrizitätszahl für Niederfrequenz	41
V.3.5	Anpassung der Cole-Cole-Funktion an die Meßwerte	42
V.3.6	Temperaturabhängigkeit der Probenimpedanz	43
VI.	Diskussion	46
VI.1	Methode	46
VI.2	Auswertung und Interpretation	47
VI.3	Ausblick	51
VII.	Literaturverzeichnis	52
VIII.	Zusammenfassung	55
Anhang		
1.	Schaltbilder	56
2.	Meßprotokoll	59
3.	Einfaches Modell für die Magnetfeldabhängigkeit der Induktionsstromdichte im menschlichen Körper	61
4.	Beispiele für technische und medizinisch genutzte Magnetfelder niedriger Frequenz	62
5.	Vergleich verschiedener Relaxationsfunktionen	64
6.	Elektrisches Ersatzschaltbild für die Debye-Relaxation mit Gleichstromleitfähigkeit	74
7.	Liste der verwendeten Symbole	77

I. Einleitung und Problemstellung

Elektrische Eigenschaften biologischer Gewebe waren bereits seit der Entdeckung der Elektrizität Gegenstand zahlreicher Untersuchungen. Eine der ersten aufsehenerregenden Untersuchungen /o. Verf. 1804/ waren Reizversuche von Molitor und Mitarbeiter (Univ. Mainz) an den Leichnamen des Rebellen Johannes Bückler (vulgo: Schinderhannes) und seiner Anhänger, unmittelbar nach deren Hinrichtung am 21. November 1803 /Mann 1977/. Es gelang Molitor durch Anlegen von Spannungen entlang verschiedener Nervenbahnen selektiv Muskelkontraktionen hervorzurufen. Die nach diesem Experiment einsetzende Flut von ähnlichen Versuchen an den Leichnamen von Hingerichteten wurde allerdings bereits im folgenden Jahr 1804 durch ein generelles Verbot solcher Versuche gestoppt. Der Grund für dieses Verbot lag in der Annahme, daß die Delinquenten bei diesen Experimenten einen "Nachschmerz" empfinden würden.

Grundlegend geänderte Versuchsmethoden der heutigen Zeit führten zu einer systematischen Untersuchung der elektrischen Eigenschaften biologischer Gewebe. Viele Bereiche der modernen Physiologie (wie beispielsweise Muskel-, Neuro- und Sinnesphysiologie) wären ohne die genaue Kenntnis dieser Eigenschaften weitgehend unerforscht.

In einer einfachen Betrachtungsweise kann man diese Eigenschaften in die aktiven elektrischen Eigenschaften, wie sie bei Reizmechanismen in Erscheinung treten, und in die passiven elektrischen Eigenschaften, die mit keiner unmittelbaren Reaktion des Gewebes verbunden sind, einteilen. Im Weiteren wird hier nur noch auf die passiven elektrischen Eigenschaften eingegangen werden.

Bei der Untersuchung von passiven elektrischen Eigenschaften biologischer Gewebe unterscheidet man zwei Zielrichtungen:

1. Mikroskopische Eigenschaften

Ziel dieser Untersuchungen ist es, mit Hilfe der Kenntnis der elektrischen Eigenschaften biologischer Gewebe Aussagen über den mikroskopischen Aufbau von Geweben, Zellen und deren Bestandteile zu erhalten. Erste Arbeiten auf diesem Gebiet wurden von Höber und Fricke /Höber 1913, Fricke 1935/ durchgeführt. Mit diesen Untersuchungen gelang es unter Anderem aus elektrischen Messungen im Megahertzbereich spezifische Zelldaten wie Membrankapazität

und spezifische Leitfähigkeit des Zytoplasmas zu bestimmen. Eine Übersicht über Methoden und Ergebnisse dieser Untersuchungen findet sich in den Arbeiten von Schwan und Pauly /Schwan 1957a, Pauly 1967/.

2. Makroskopische Eigenschaften

Bei diesen Untersuchungen werden die elektrischen Eigenschaften vieler Zellen im Zellverband, dem Gewebe, ermittelt. Mit diesen Messungen der passiven elektrischen Eigenschaften sollte es ermöglicht werden, Modellrechnungen durchzuführen, die Auskunft über das Risiko bei der Exposition mit nichtionisierenden Strahlen geben können. Besonders aufgrund der in den vierziger und fünfziger Jahren rasch umsichgreifenden Radar- und Rundfunktechnik (im kHz- bis GHz-Bereich) war die biologische Wirkung solcher Strahlen Gegenstand zahlreicher Untersuchungen. Aber auch therapeutische Verfahren wie die Hyperthermie, die die thermische Wirkung von elektromagnetischer Strahlung im Radio- und Mikrowellenbereich ausnutzt, setzen die genaue Kenntnis des elektrischen Verhaltens biologischer Gewebe voraus.

Gleichzeitig wurde in den fünfziger und sechziger Jahren nach einer geschlossenen Beschreibung der elektrischen Eigenschaften biologischer Gewebe über dem ganzen Frequenzbereich nichtionisierender Strahlen (statisch bis optischer Bereich) gesucht. Deshalb wurden auch Messungen bei niederen Frequenzen durchgeführt, die damals noch keinen strahlenschutztechnischen Hintergrund hatten. Auch erhoffte man sich aus diesen Messungen weitere biophysikalische Aussagen über die untersuchten Strukturen. Apparative Beschränkungen ließen allerdings unterhalb einer Frequenz von etwa 100 Hz nur Messungen des ohm'schen Anteils der Gewebeimpedanz zu.

Die Messung über den oben genannten Frequenzbereich führte dann zur Unterteilung der passiven elektrischen Eigenschaften biologischer Gewebe in drei Dispersionsgebiete. Sie wurden α -, β - und γ -Dispersion genannt (Abb.I.1). Die Unterscheidung wurde anhand der Dielektrizitätszahl und der spezifischen Leitfähigkeit einer der Gewebeimpedanz äquivalenten Parallelschaltung aus Kondensator und Widerstand durchgeführt.

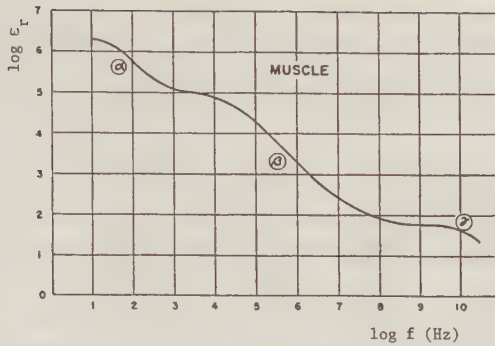


Abb.I.1 Darstellung der verschiedenen Dispersionsgebiete der elektrischen Eigenschaften biologischer Gewebe anhand des Verlaufs der Dielektrizitätszahl von Muskelgewebe nach Schwan /Schwan 1957b/.

1. α -Dispersion

Die α -Dispersion überstreicht den Frequenzbereich von etwa 1 Hz bis 10 kHz. Sie ist gekennzeichnet durch eine Dielektrizitätszahl der Größenordnung 10^6 , die in diesem Bereich um ein bis zwei Zehnerpotenzen fällt. Gleichzeitig steigt die spezifische Leitfähigkeit um maximal 0.05 S/m an.

Es wird angenommen, daß dieses Verhalten durch die Ausbildung einer Ladungsträgerdoppelschicht aus festen oder adsorbierten Ionen in der Membranoberfläche der Zelle und einer Schicht von Gegenionen aus dem extrazellulären Elektrolyt verursacht wird /Schwarz 1962/. Die durch ein äußeres elektrisches Feld induzierte tangential Bewegung der Gegenionen entlang der Membranoberfläche und der damit verbundene Strom der Zelle wird als Ursache für den α -Dispersionsprozess angesehen. Das Zellinnere bleibt beim Anlegen eines äußeren elektrischen Feldes feldfrei.

2. β -Dispersion

Die β -Dispersion überstreicht den Frequenzbereich von etwa 1 kHz bis in den MHz-Bereich. Die Dielektrizitätszahl fällt von etwa 10^5 auf 10^2 ab, die spezifische Leitfähigkeit erhöht sich um Werte zwischen 0.1 und 0.5 S/m.

Der Mechanismus beruht auf einer Maxwell-Wagner-Relaxation (Oberflä-

chenladungen an Grenzflächen zwischen Gebieten verschiedener Dielektrizitätszahl und Leitfähigkeit) und ist anschaulich durch die kapazitive Überbrückung der Zellmembranen charakterisiert (Abb. I.2).

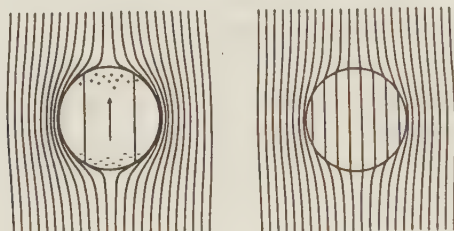


Abb.I.2 Schematisches Bild einer kugelförmigen Zelle mit schlecht leitender Zellmembran in einem niederfrequenten elektrischem Feld (links) und in einem hochfrequenten Feld (rechts). Nach Pauly /Pauly 1980/.

3. γ -Dispersion

Dieser Dispersionsbereich ist durch die Orientierung der Wassermoleküle aufgrund ihres elektrischen Dipolmoments bestimmt. Der Bereich dieser Dispersion liegt, je nach dem, ob es sich um freie oder gebundene Wassermoleküle handelt, im Bereich zwischen 100 MHz und 100 GHz. Die Dielektrizitätszahl fällt von 78 auf 5 ab.

In der Zeit nach Mitte der sechziger Jahre ebte das Interesse an der Untersuchung der elektrischen Eigenschaften im Gebiet der α -Dispersion ab. Zum einen war kein diagnostisches oder therapeutisches Verfahren in Sicht, welches die genaue Kenntnis der Gewebeimpedanz in diesem Frequenzbereich vorausgesetzt hätte. Zum anderen hatte auch die berufliche Strahlenexposition mit niederfrequenten elektromagnetischen Feldern noch keine oder äußerst geringe Bedeutung.

Welche Gründe gibt es jetzt, sich wieder für die Impedanz biologischer Gewebe im Gebiet der α -Dispersion zu interessieren ?

Die Anwendung niederfrequenter Magnetfelder für technische Verfahren und für medizinische Untersuchungsmethoden hat in der letzten Zeit

stark an Bedeutung gewonnen¹. Zur Abschätzung der Risiken bei der Exposition mit niederfrequenten Magnetfeldern benötigt man die Größe der induzierten Stromdichten im menschlichen Körper². Die Berechnung dieser Stromdichten mittels des Faradayschen Induktionsgesetzes setzt die Kenntnis der spezifischen Leitfähigkeit von biologischem Gewebe voraus. Gerade im Bereich der α -Dispersion fehlt ausreichendes Datenmaterial, um eine detailliertere Modellrechnung mit einem Blockmodell für den menschlichen Körper /Silny 1984/ durchzuführen.

In Bezug auf die mikroskopische Beschreibung der α -Dispersion ist festzustellen, daß der oben zitierte Mechanismus für das Relaxationsverhalten der α -Dispersion /Schwarz 1962/ lediglich zur Erklärung des Verhaltens von verdünnten Zellsuspensionen angewandt wurde. Es stellt sich die Frage, inwieweit dieses Modell auch das Verhalten von Gewebe erklären kann.

Die Bestimmung der passiven elektrischen Eigenschaften erfordert ein Experiment, das die Dielektrizitätszahl und spezifische Leitfähigkeit verschiedener Gewebe mit hinreichender Genauigkeit zu messen erlaubt. Die mit diesem Experiment gewonnenen Daten sollen als Voraussetzung für Risikoabschätzungen dienen und zu einem Vergleich mit der angebotenen theoretischen Erklärung hinzugezogen werden. Zu diesem Zwecke wurden Gewebeproben (Hirnsubstanz, Leber, Niere, Lunge, Rückenmark, Herz- und Skelettmuskel) verschiedener Schlachttiere (Schwein und Rind) vermessen.

¹ Eine Aufstellung der wichtigsten technisch und medizinisch genutzten Magnetfelder findet sich in Anhang 4.

² Eine simple Abschätzung zur Ermittlung der Schwelle der magnetischen Flußdichte, die zum Auslösen von Herzkammerflimmern führt, wird in Anhang 3 gegeben.

II. Methode

II.1. Prinzip der Impedanzmessung

Um den in Punkt I gemachten meßtechnischen Anforderungen gerecht zu werden, mußte eine Anordnung gefunden werden, die es erlaubt, quantitativ die elektrische Impedanz eines Gewebestückes zu messen. Dazu ist es erforderlich, durch die Probe einen definierten Strom zu schicken und den Spannungsabfall über einer definierten Strecke abzugreifen. Man kann die Spannung gleich an dem Elektrodenpaar abgreifen, mit dem man der Probe den Strom aufzwingt (Zweielektrodenanordnung) oder man kann die Spannung mit einem zusätzlichen Elektrodenpaar abgreifen (Vierelektrodenanordnung). Man benötigt für beide Verfahren eine Wechselstromquelle, die amplituden- und phasenkonstanten Wechselstrom liefert, sowie ein Spannungsmeßgerät, welches die Amplitude und Phase einer Wechselspannung messen kann.

II.2. Vergleich von Zwei- und Vierelektrodenanordnung

Betrachteter Frequenzbereich: 1 Hz - 10 kHz

Zweielektrodenanordnung

Definiertes Meßvolumen nur bei direkter Kontaktierung, wobei man die Beschädigung des Platinmohres³ in Kauf nehmen müßte.

Störende Polarisisationseffekte der Elektroden.

Niedrige Streukapazität der Meßzelle.

Vierelektrodenanordnung

Definiertes Meßvolumen (charakterisiert durch Meßzellenquerschnittsfläche A und Sondenelektrodenabstand d).

Polarisationseffekte der Stromelektroden müssen nicht berücksichtigt werden.

Polarisationseffekte der Sondenelektroden aufgrund niedrigen Sondenstroms (<10 nA) vernachlässigbar.

Bei einfacher Abschirmung hohe Streukapazität der Meßzelle.

Aufgrund dieses Vergleichs wurde für die Messung die Vierelektrodenanordnung verwendet. In Abb. II.1 ist ein Schema dieser Anordnung abgebildet.

³ Elektrolytische Oberflächenvergrößerung zum Zwecke der Verringerung der Elektrodenimpedanz, siehe Kap. III.3.

VIERELEKTRODENMETHODE

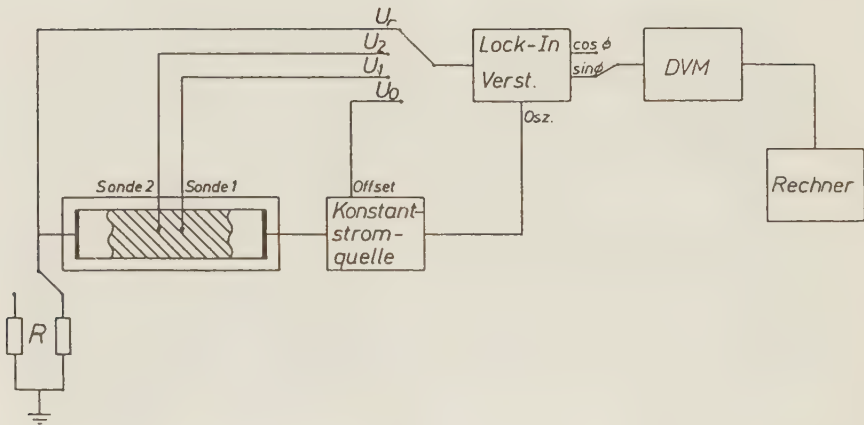


Abb.II.1 Aufbau der Vierelektrodenanordnung

mit U_r : Spannungsabfall am Widerstand R
 U_2 : Spannung der 2.Sondenelektrode
 U_1 : Spannung der 1.Sondenelektrode
 U_0 : Offsetspannung des Meßkreises
 ϕ : Phasenlage der Lock-In Eingangsspannung bzgl. U_{osz}
 DVM : Digitalvoltmeter.

Für den Strom I durch die Probe gilt:

$$I = (U_r - U_0)/R \quad (I.1)$$

mit I : Probenstrom,

R : Meßwiderstand, wahlweise $R = 100 \text{ Ohm}$ bzw. $R = 56 \text{ Ohm}$.

Für die Impedanz Z des Gewebestückes zwischen den beiden Spannungselektroden gilt:

$$Z = (U_1 - U_2)/I. \quad (I.2)$$

Betrag und Phase der Probenimpedanz Z ergeben sich aus

$$Z = |Z| e^{i\gamma} \quad (I.3)$$

mit γ : Phasenwinkel, $\gamma=90^\circ-\delta$

δ : Verlustwinkel.

II.3. Lock-In Technik

Die Benützung der Vierelektrodenmethode verlangt ein Meßgerät, welches in dem geforderten Frequenzbereich Amplitude und Phase einer Spannung hinreichend genau mißt. Gleichzeitig muß dieses Meßgerät mit einem schmalbandigen Eingangsfiler ausgestattet sein, um eine gute Auflösung auf der Frequenzachse zu erhalten. Da der Frequenzbereich auch die besonders "störintensiven" 50 Hz Netzfrequenz überstreicht, muß ein entsprechender Störspannungsabstand gefordert werden.

Ein Lock-In Verstärker erfüllt genau diese Forderungen.

Das Grundprinzip der Lock-In Technik ähnelt sehr dem eines Radioempfängers. Es werden nur Signale verstärkt, deren Frequenz mit der vorgewählten Meßfrequenz übereinstimmt. Weiterhin wird die Phase bezüglich des jeweiligen Funktionsgenerators (intern/extern) angezeigt.

III. Meßverfahren und Apparatur

III.1. Elektrischer Aufbau

Für die beiden Stromelektroden wurde Platin, für die beiden Sonden-
elektroden wurde 90/10 Pt/Ir (höhere mechanische Stabilität) verwen-
det.

Lock-In Verstärker : Ithaco 393 A.
Funktionsgenerator : Hewlett Packard HP 3310 A oder interner
Lock-In Funktionsgenerator.
Konstantstromquelle : Harris HA 5130 als Stromamplitudenkonstanter
geschaltet (s. Anhang 1).
Digitalvoltmeter : Solartron 7060-G.

Die Abschirmungen sämtlicher Meßleitungen wurden mittels getrennter
Impedanzwandler auf das Potential des jeweiligen Signals gelegt. Diese
Maßnahme verringert die Streukapazität der Anordnung auf einen Wert
 ≤ 10 pF und liegt damit um ein Vielfaches niedriger als bei einfacher
Abschirmung. Die Schaltpläne der einzelnen Komponenten befinden sich
in Anhang 1.

III.2. Mechanischer Aufbau

Aus dem zu untersuchenden Gewebestück wurde eine möglichst zylindri-
sche Probe mit etwa 6 cm Länge und 1 cm Durchmesser entnommen. Dieses
Stück wurde in eine aus zwei Halbschalen bestehende Plexiglasbuchse
gepackt (siehe Abb.III.1). Diese Buchse wurde auf Anschlag in die
Meßzelle eingeführt und mittels eines Stempels in die richtige Posi-
tion gedreht. Danach wurden die Pt-Stromelektroden ($\varnothing \approx 1.5.8$ mm), PVC-
Paßringe (um die Pt-Elektroden elektrisch und thermisch isoliert gegen
eine Dichtfläche zu pressen) und die Messing-Verschraubung mit BNC-
Buchsen an der Meßzelle angebracht. Der elektrische Kontakt zwischen
der BNC-Buchse und der Elektrode wurde durch eine Stahlfeder herge-
stellt.

Durch die beiden äußeren Bohrungen wurde der Rest der Meßzelle mit Ringerlösung gefüllt. Die Thermostatisierung erfolgte über ein Röhrensystem in der Wandung der Meßzelle. Mittels eines Haake F3C Thermostaten konnten Temperaturen zwischen 0°C und 50°C eingestellt werden.

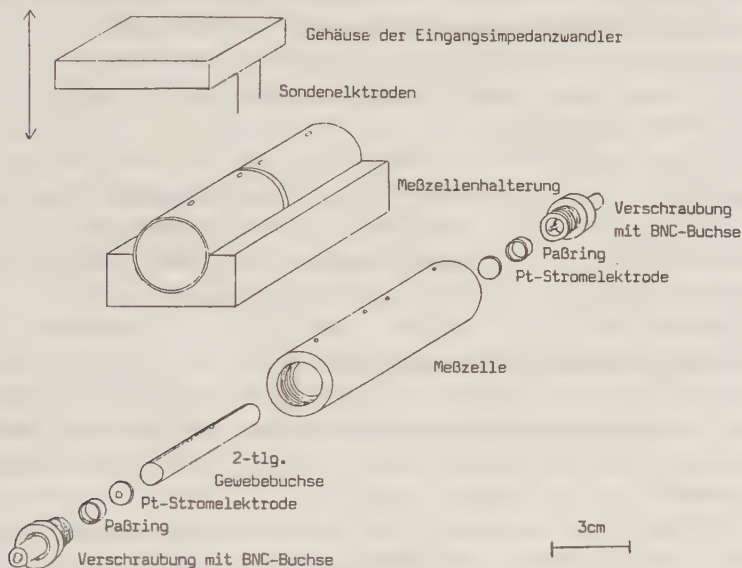


Abb.III.1 Mechanischer Aufbau der Meßzelle

Die Meßzelle wurde in einer Meßzellenhalterung, bestehend aus zwei getrennten Cu - Zylindern und einem Plexiglasblock, befestigt. Jeder Cu - Zylinder wurde auf das Potential der jeweiligen Sondennadel gelegt, um, wie erwähnt, die Streukapazitäten zu verringern.

In die Meßzellenhalterung wurde dann die Sondenelektrodenhalterung mit den Sondenelektroden eingefahren, wobei der Anschlag so justiert wurde, daß die Spitzen der Pt/Ir - Nadeln /Gielen 1982/ auf der Achse der Meßzelle zu liegen kamen. Die Nadeln ($\varnothing=1$ mm) sind 25 mm lang und mit säurefestem Emaillelack Cowidur RAL 9010 überzogen. Die Enden der Nadeln sind direkt mit dem Pin 3 (+ Eingang) der Eingangsimpedanzwandler verbunden, um eine möglichst hohe Eingangsimpedanz ($R_e \geq 1$ G Ω , $C_e \leq 5$ pF) zu erzielen.

III.3. Elektrodenpräparation

Die Pt - Stromelektroden wurden zum Zwecke einer besseren elektrischen Anpassung der Meßzelle mit einem Platinmoor (amorpher Platinüberzug zum Zwecke der Verringerung der Polarisationsimpedanz der Elektroden) überzogen. Dazu wurde jede Elektrode in einer Lösung aus

5 ml 0.1 N Salzsäure

0.06 g Platinhexachlorid ($\text{H}_2(\text{PtCl}_6) \cdot 6 \text{H}_2\text{O}$)

0.005 g Bleiacetat

15 ml H_2O

als Kathode 50 min einem Strom von $I_p = 11.3 \text{ mA}$ ausgesetzt. Als Anode diente eine weitere Pt - Elektrode. Die Pt/Ir - Sondenelektroden wurden zur Reinigung in heißem Königswasser ($\text{HNO}_3 + 3\text{HCl}$) ausgekocht. Die Elektroden wurden bis zur Messung in Ringerlösung aufbewahrt.

III.4. Bestimmung des Zellfaktors A/d

Für die Bestimmung des Quotienten aus Querschnittsfläche A der Meßkammer und Sondenelektrodenabstand d gibt es zwei verschiedene Möglichkeiten:

- Bestimmung von A/d mit Hilfe von Elektrolyteichlösungen und Vergleich mit deren tabellierten spezifischen Leitfähigkeiten.
- Messung mit der Schiebelehre.

Aus den beiden Methoden ergab sich ein Wert von

$$\begin{aligned} A/d &= (11.3 \pm 0.3) \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ &= 1.13 \text{ cm.} \end{aligned}$$

mit $A = 1.09 \text{ cm}^2$

und $d = 0.97 \text{ cm.}$

III.5. Temperaturmessung, Temperaturgradienten

Die Temperatur der Probe wurde mit einem Thermoelement bestimmt, das durch die vorderste Bohrung der Meßkammer in die Ringerlösung (zwischen Elektrode und Probe) eingetaucht wurde. Danach wurde mit demselben Thermoelement die Badtemperatur des Thermostaten bestimmt und mit

dem Wert eines geeichten Thermometers verglichen. Die Methode gewährleistet eine Genauigkeit von etwa 0.1° . Bei einer Probe wurde auch mittels eines Thermoelements in einer Kanüle die Temperatur zwischen Kern der Probe und Ringerlösung verglichen, wobei eine Differenz von $\leq 0.1^\circ$ festgestellt wurde.

Eine weitere Kontrolle für Temperaturschwankungen während der Messung stellt die zeitliche Spannungsdrift der Sondenelektrodenspannungen dar: Bei einer Spannungsdrift von weniger $0.05 \text{ } \text{‰}$ pro Sekunde konnte davon ausgegangen werden, daß keine nennenswerten Temperaturdifferenzen in der Probe vorlagen. Die Messungen wurden bei Temperaturen von 20°C bis 37°C durchgeführt.

III.6. Meßwerterfassung und Datenverarbeitung

Die Spannungswerte U_1 , U_2 , U_r und U_o wurden mittels Relais nacheinander auf den Eingang des Lock-In gelegt. Die Steuerung der Relais erfolgte über ein IEC-Bus Interface vom Rechner aus. Der Rechner wartete jeweils 15 Zeitkonstanten des Lock-In Verstärkers, bevor die beiden Ausgangsspannungen des Lock-In über das Systemvoltmeter eingelesen wurden. Beim Einlesen wurde über 10 (umschaltbar auf 100) Spannungswerte gemittelt und die zeitliche Spannungsdrift in ‰/s angezeigt. Aufgrund der hohen Genauigkeit (Fehler $.002\% \pm 1 \text{ Digit}$) des Systemvoltmeters konnten alle Spannungen in einem Meßbereich des Lock-In gemessen werden und damit auf den zeitraubenden Offsetabgleich des Lock-In verzichtet werden.

Über einen Typenraddrucker werden sämtliche Meß- und Rechenwerte zur Kontrolle ausgegeben. Im Anhang 2 ist ein typisches Meßprotokoll dargestellt.

Aus den Meßwerten wurde dann wie in Kap. II beschrieben die Impedanz Z der Probe berechnet.

III.7. Fehlerbetrachtung

III.7.1. Systematische Fehler

a. Strom-Spannungs-Linearität der Probe

Um zu prüfen, ob die Gewebeimpedanz im verwendeten Stromdichtebereich ($0,5 - 1 \text{ mA/cm}^2$) unabhängig von der Stromdichte ist, wurde bei einer Probe die spezifische Leitfähigkeit und Dielektrizitätszahl als Funktion der Stromdichte gemessen. Die Stromdichte wurde von $3 \text{ } \mu\text{A/cm}^2$ bis $1000 \text{ } \mu\text{A/cm}^2$ variiert. Es wurde bei der Frequenz 60 Hz und 1 kHz gemessen. In dem betrachteten Stromdichtebereich ergab sich eine maximale relative Änderung der spezifischen Leitfähigkeit von 0.2 % und 3 % für die Dielektrizitätszahl bei 1 kHz, sowie 0.3 % (spezifische Leitfähigkeit) und 15 % (Dielektrizitätszahl) bei 60 Hz. Die hohe Abweichung der Dielektrizitätszahl bei 60 Hz erklärt sich daraus, daß bei der Variation der Stromdichte auch ungünstige Meßbereiche ("kleiner Ausschlag") des Lock-In-Verstärkers überstrichen wurden. Im Normalfall wird jedoch die Stromdichte im Bereich $0,5 - 1 \text{ mA/cm}^2$ so gewählt, daß die Meßgenauigkeit des Lock-In optimal ausgenützt wird.

b. Homogenität des elektrischen Feldes

Experimentell war hier nur ein Homogenitätstest in vertikaler Richtung am Ort der Sondenelektroden möglich. Hierzu wurden die Spannungen U_1 und U_2 als Funktion der Eindringtiefe der Sondenelektroden über den Durchmesser der Meßzelle gemessen. Die Auflösung in vertikaler Richtung betrug etwa 0.5 mm, dies entspricht der Höhe der Kontaktfläche der Sondenelektroden spitze. Es ergab sich keine meßbare Abweichung. Als kritische Quelle für Inhomogenitäten muß die Grenzfläche Gewebe - Elektrolyt (Ringerlösung) angesehen werden. Da jedoch zwischen diesen Grenzflächen und dem Meßvolumen der Zelle (begrenzt durch die Sondenelektroden) noch etwa 2.5 cm Gewebe liegen, ist anzunehmen, daß das elektrische Feld bei geeigneter Probenpräparation im Meßvolumen hinreichend homogen sei. Bei der Probenpräparation gilt es insbesondere Lufteinschlüsse zu vermeiden und darauf zu achten, daß kein Blutgefäß in Probenrichtung verläuft.

c. Haltbarkeit der Probe

In das Gewebe eindringende Ringerlösung, sich auflösende Gewebestrukturen und proteolytische Prozesse in den Zellen begrenzen die Verwendungsdauer biologischer Gewebeproben. Die o.g. Effekte bewirken eine zeitliche Drift der zu messenden Potentiale und wirken sich besonders bei niedrigen Frequenzen (wegen der langen Integrationszeit des Lock-In-Verstärkers) störend auf die Messung aus. Die Verwendbarkeitsdauer hängt von der Art des Gewebes und der Temperatur ab. Beispielsweise

treten diese Spannungsdriften bei Schweinehirn erst nach 5-7 Stunden (37°C), bei Leber schon nach 2-3 Stunden (37°C) und 4-5 Stunden bei 20°C, auf. Da eine Messung über die ganze Frequenzbreite etwa 2-3 Stunden dauert, mußte Leber bei 20°C vermessen werden.

III.7.2. Fehlerrechnung

III.7.2.1. Überblick - Strategie

Gesucht sind die relativen Genauigkeiten von spezifischer Leitfähigkeit ϵ und Dielektrizitätszahl ϵ_0 . Hierzu gibt es eine Fehlerfortpflanzungsrechnung der Glg.en (I.1-I.3, V.1-V.9) durchzuführen. Da es sich bei den Glg.en (I.1-I.3) um Gleichungen komplexer Größen handelt, wird getrennt eine Fehlerrechnung für die Phase und den Betrag der jeweiligen Gleichung durchgeführt. Als Zwischenergebnis folgt hieraus ein rel. Fehler von $|Z|$ und γ . Mit diesem Zwischenergebnis und den Glg.en (V.5) - (V.9) folgt dann das erwünschte Ergebnis. Diese Vorgehensweise führt zwar zu einer Überschätzung der Fehler, bringt aber eine bedeutend bessere Übersichtlichkeit mit sich, da die einzelnen Fehler in der Fortpflanzungskette explizit betrachtet werden können.

III.7.2.2. Vorbemerkung

Gegeben sei eine komplexe Spannung $U^* = |U|e^{i\gamma}$ mit Realteil $U_c = |U|\cos\gamma$ und Imaginärteil $U_s = |U|\sin\gamma$. U_c und U_s seien die Meßgrößen mit den relativen Genauigkeiten $\Delta U_c/U_c$ und $\Delta U_s/U_s$. Gesucht ist die rel. Genauigkeit für Phasenwinkel γ und Betrag $|U|$ im Bereich von $\gamma=45^\circ$ ⁴:

$$\gamma = \arctan (U_s/U_c) \quad (\text{III.1})$$

$$\Delta\gamma = 1/\{1 + (U_s/U_c)^2\} \cdot \sqrt{\{(\Delta U_s/U_c)^2 + (U_s \Delta U_c/U_c^2)^2\}}. \quad (\text{III.2})$$

Für $U_s=U_c$ (bei $\gamma=45^\circ$) gilt nach einfachen Umformungen mit $U^2=U_c^2+U_s^2$:

⁴ Für den Lock-In Verstärker gilt näherungsweise $\Delta U_s = \Delta U_c$ unabhängig von γ , sodaß sowohl für die weitere Fehlerrechnung, wie auch für die Messung von dem Phasenwinkel $\gamma=45^\circ$, d.h. $U_s=U_c$ ausgegangen wird.

$$\Delta\gamma = \Delta U_s / U_s. \quad (\text{III.3})$$

Aus den Bedienungsanleitungen des Digitalvoltmeters (DVM) Solartron 7060 und des Ithaco Lock-In erhält man:

$$\Delta\gamma = 5 \cdot 10^{-4} \text{ (Bogenmaß)}$$

$$\text{bzw. } \Delta\gamma = 0.03^\circ$$

$$\text{und } \Delta\gamma/\gamma = 0.06 \%. \quad (\text{III.4})$$

III.7.2.3. Fehlerrechnung für $|Z|$

Mit Gleichung (I.1) und (I.2) und den bekannten Phasenlagen und Größenordnungen der Zahlenwerte der einzelnen Größen gilt näherungsweise:

$$Z = (U_1 - U_2) \cdot R / (U_r - U_o), \quad (\text{III.5})$$

wobei die Betragsstriche bei allen Größen weggelassen wurden.

Für Z gilt

$$\Delta Z = R / (U_r - U_o) \cdot \sqrt{\{(\Delta U_2)^2 + (\Delta U_1)^2 + \{(\Delta U_r)^2 + (\Delta U_o)^2\} \cdot (Z/R)^2\}}. \quad (\text{III.6})$$

Da der dritte Summand unter der Wurzel klein gegenüber den anderen beiden ist, gilt mit $\Delta U_1 = \Delta U_2$

$$\Delta Z = R \cdot \Delta U_1 \cdot \sqrt{2} / (U_r - U_o). \quad (\text{III.7})$$

Mit $U_1 - U_2 \approx U_1/4$ gilt

$$\Delta Z/Z = \Delta U_1/U_1 \cdot \sqrt{2} \cdot 4 = 0.28 \%. \quad (\text{III.8})$$

III.7.2.4. Fehlerrechnung für γ ⁵

Da $U_o \ll U_r$ gilt nach Glg. I.1 und I.2:

⁵ Aus drucktechnischen Gründen werden in diesem Absatz indizierte Größen wie beispielsweise U_1 als $U1$ dargestellt, wenn sie selbst als Index dienen.

$$\Delta\gamma = \Delta(\phi_{(U_1-U_2)} - \phi_I), \quad (\text{III.9})$$

wobei $\phi_{(U_1 - U_2)}$: Phasenwinkel der Spg.Dif. ($U_1 - U_2$)
 ϕ_I : Phasenwinkel des Stroms I.

Für die rel. Genauigkeit von ($U_1 - U_2$) folgt aus $\Delta U/U = 0,05\%$:

$$\Delta(U_1 - U_2)/(U_1 - U_2) = 0,07\% \quad (\text{III.10})$$

und damit für die Phase $\phi_{(U_1 - U_2)}$

$$\Delta\phi_{(U_1 - U_2)} = 7 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta\phi_{(U_1 - U_2)}/\phi_{(U_1 - U_2)} = 0,09\% \quad (\text{III.11})$$

(Da $\phi_{(U_1 - U_2)} \approx 45^\circ$ gilt die Rechnung von Kap III.7.2.2).

Da auch $\phi_I \approx 45^\circ$ folgt für $\Delta\phi_I$

$$\Delta\phi_I/\phi_I = 0,06\%. \quad (\text{III.12})$$

Damit folgt für

$$\Delta\gamma = \sqrt{(\Delta\phi_{(U_1 - U_2)})^2 + (\Delta\phi_I)^2} = 0,05\%. \quad (\text{III.13})$$

III.7.2.5. Fehlerrechnung für σ und ε

Aus Glg. (V.6) und (V.8) folgt

$$\sigma = d/A \cdot \cos\gamma/|Z|. \quad (\text{III.14})$$

Damit ist

$$\Delta\sigma/\sigma = \sqrt{(\Delta(d/A)/(d/A))^2 + (\Delta|Z|/|Z|)^2 + (\Delta\gamma\sin\gamma/\cos\gamma)^2} \quad (\text{III.15})$$

Der erste Summand ist $(0,5\%)^2$, der zweite $(0,28\%)^2$ und der dritte $(0,01\%)^2$.

Damit folgt

$$\Delta\sigma/\sigma = 0,57\%. \quad (\text{III.16})$$

Aus Glg. (V.7) und (V.9) folgt mit $\varepsilon = \varepsilon_o \varepsilon_r$

$$\varepsilon = d/A \cdot (-\sin\gamma)/(\omega|Z|) \quad (\text{III.17})$$

sowie

$$\Delta\epsilon/\epsilon = \sqrt{\{(\Delta(d/A)/(d/A))^2 + (\Delta|Z|/|Z|)^2 + (\Delta f/f)^2 + (\Delta\gamma\cos\gamma/\sin\gamma)^2\}}. \quad (\text{III.18})$$

Da der letzte Summand deutlich größer als die anderen drei ist, folgt

$$\Delta\epsilon/\epsilon = \Delta\gamma\cos\gamma/\sin\gamma \quad (\text{III.19})$$

Zahlenwerte für $\Delta\epsilon/\epsilon$ sind in Tabelle (III.1) angegeben:

Frequenz in Hz	Hirn	Leber Niere	Herz
1	50	250	500
10	13	20	200
100	3	6	14
1000	1.4	1.1	1.5
10000	1	0.6	0.8

Tabelle III.1 Relative Fehler $\Delta\epsilon/\epsilon$ in %

Die in Tabelle III.1 auftretenden hohen Fehler sind in erster Linie durch die geringe Genauigkeit der Phase (0.1°) der mit dem Lock-In-Verstärker gemessenen Spannungen zurückzuführen. Diese Ungenauigkeit ist eine direkte Folge der Phasenstabilität des Lock-In. Mittelt man zeitlich über ein ganze Folge von Spannungen, wie dann in der Messung verfahren wurde, läßt sich eine bedeutend höhere Phasenstabilität erreichen. Diese Meßgenauigkeit läßt sich aber nicht mehr im Rahmen einer einfachen Fehlerfortpflanzungsrechnung ermitteln. Aus den bei der Messung auftretenden Schwankungen, sowie durch die Untersuchung der Reproduzierbarkeit einzelner Meßwerte ließ sich abschätzen, daß der Fehler bei niedrigen Frequenzen etwa um einen Faktor 2 bis 5 geringer ausfällt.

III.7.3. Numerische Simulationsrechnung

Um die in Kap. III.7.1.2 angenommenen Näherungen und durchgeführten Rechnungen zu kontrollieren, wurde für die gesamte Meßanordnung fol-

gendes Ersatzschaltbild eingeführt:

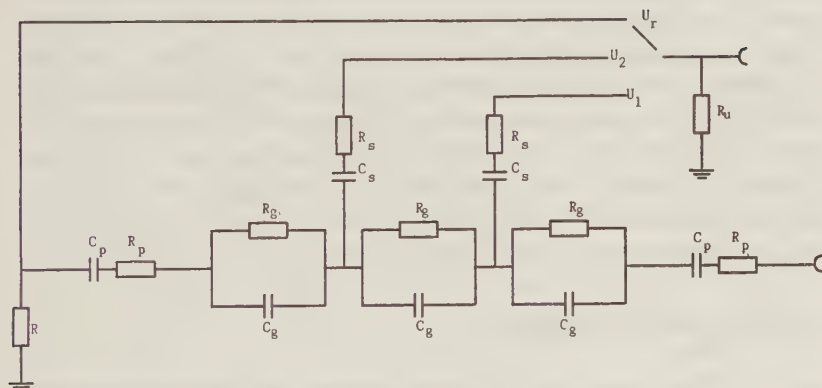


Abb.III.2 Vereinfachtes Ersatzschaltbild der gesamten Meßanordnung.

mit :

Typische Größen-
ordnung zwischen
1 Hz und 10 kHz

R_p	: Polarisationswiderstand (incl. Widerstand des Elektrolyten)	50-120 Ohm [*]
C_p	: Pol.-Kapazität	0.2-8 mF [*]
R_g	: Gewebewiderstand	200-800 Ohm
C_g	: Gewebekapazität	10-2000 nF
R_s	: Sondenpol.-widerstand	6-600 Ohm [*]
C_s	: Sondenpol.-kapazität	2-80 μ F [*]
R_u	: Eingangswiderstand des Imp.-Wandlers	$1 \cdot 10^9$ Ohm

* /Schwan 1957a/

Mit diesem Ersatzschaltbild wurden nun die Spannungen U_1 , U_2 und U_r berechnet, indem bei jeder Frequenz die jeweiligen Werte für die entsprechenden Schaltglieder eingegeben wurden. Um die Rechnung zu vereinfachen, wurde die Gewebeimpedanz zwischen den beiden Sondenelektroden der Gewebeimpedanz zwischen Sondenelektrode/Ringerlösung gleichgesetzt. Die Impedanz der Ringerlösung wurde vernachlässigt und die Polarisationsimpedanz der beiden Stromelektroden wurde als identisch angenommen. Dann wurde die Polarisationsimpedanz einer Sondenelektrode gleich Null gesetzt (um die maximale Streuung der Polarisationsimpedanz zu simulieren), sowie die Werte für jede Spannung um $\pm 0.5\%$ variiert. Für jeden Schritt wurde dann die Gewebeimpedanz berechnet und mit dem vorgegebenen Wert verglichen. Die so ermittelten Abweichungen bestätigten die in Kap. III.7.1.2 beschriebenen Betrachtungen.

III.8. Auswahl des Gewebematerials

Ein Ziel dieser Arbeit war es, Daten zu ermitteln, die es erlauben, Wirbelstromdichten im menschlichen Körper zu ermitteln. Dazu wurden verschiedene Gewebe einiger Schlachttiere vermessen. Die Verwendung von Daten aus Experimenten mit tierischem Gewebe zur Abschätzung von Risiken im menschlichen Körper erscheint in diesem Fall aus drei Gründen sehr sinnvoll:

1. Aus histologischen Befunden läßt sich vermuten, daß sich die elektrischen Eigenschaften verschiedener Körperorgane und Gewebe zwischen Mensch und großem Säugetier nicht wesentlich unterscheiden. Diese Annahme stellt auch beispielsweise eine Grundvoraussetzung in der Aussagekraft physiologischer und pharmakologischer Tierexperimente dar.
2. Die Verwendung von humanem Gewebematerial würde den Experimentator vor juristische Probleme stellen. Diese Sachlage würde technisch auf jeden Fall dazu führen, daß nur mit bereits längerer Zeit totem Gewebe gemessen werden könnte. Die in dieser Zeit auftretenden physiologischen Veränderungen bewirken eine große Abweichung der Meßwerte vom lebenden Organismus.
3. Humanes Gewebematerial könnte für den Experimentator nur zu bestimmten, nicht vorkalkulierbaren Zeiten zur Verfügung stehen. Dies würde eine ständige Bereitschaft der Apparatur voraussetzen.

Da Teile der Apparatur auch in anderen Experimenten unseres Hauses benötigt wurden, wäre eine solche Bereitschaft nicht über einen längeren Zeitraum aufrechtzuerhalten gewesen.

III.9. Durchführung der Messung

Das Gewebe wurde unmittelbar nach dem Schlachten der Tiere entnommen und in einer Thermoskanne mit Ringerlösung zum Meßplatz transportiert. Dort wurde in einer Glasschale mit Ringerlösung ein passendes Gewebestück herausgeschnitten und in der Meßzelle befestigt (s.a. Kap. III.2). Nach Erreichen des thermischen Gleichgewichts, etwa 40-45 Minuten nach dem Tod der Tiere, wurde mit der Messung begonnen.

Zuerst wurde ein grober Scan über den Frequenzbereich 1 Hz bis 10 kHz mit einem Meßwert pro Frequenzdekade, danach ein feinerer Scan mit fünf Meßwerten pro Dekade durchgeführt. Falls diese beiden Messungen eine unerwünschte Drift vermuten ließen, wurde zur Kontrolle ein weiterer grober Scan durchgeführt. Weiterhin wurde zwischen oder nach den ersten beiden Messungen ein Scan mit 1 Hz Schrittweite im Bereich 1 Hz bis 10 Hz durchgeführt.

IV. Meßergebnisse

Für die Messungen wurden folgende Gewebe ausgewählt:

Hirnsubstanz der Großhirn- und Kleinhirnrinde, Rückenmark, Herz- und Skelettmuskelgewebe, Lebergewebe, Nierengewebe und Lungengewebe.

Die Gewebe stammten aus folgenden Tieren:

Schwein, Rind, Kalb.

In Abb. IV.1-4 kennzeichnet die Temperaturangabe hinter der Gewebeart verschiedene Proben (also Proben aus verschiedenen Tieren) und nicht die Temperaturabhängigkeit einer Probe. Die Temperaturwerte ergaben sich, daß beispielsweise eine Voreinstellung von 37°C am Thermostaten abhängig von der Raumtemperatur eine tatsächliche Temperatur von 36.2-36.6°C in der Meßzelle bewirkte.

IV.1. Betrag und Phase der Probenimpedanz

Wie in Kap.II beschrieben, liefert die Vierelektrodenmethode die Impedanz (ausgedrückt durch $|Z|$ und γ) der Probe als Funktion der Frequenz.

In Abb. IV.1 ist der Betrag der Probenimpedanz über der Frequenz für verschiedene Gewebe aufgetragen. Die Frequenzaustragung erfolgt, wie auch bei den weiteren Abbildungen, in logarithmischer Teilung.

a. Hirnsubstanz (Schwein)

Der Betrag der Impedanz verläuft zwischen 1 Hz und 60 Hz konstant (je nach Probe zwischen 340-370 Ohm), um dann bis 10 kHz um etwa 60 Ohm zu fallen.

b. Herzmuskel (Schwein)

Der Abfall der Impedanz mit der Frequenz beginnt bei diesen Proben erst knapp unterhalb von 1 kHz.

Je nach Ausrichtung der Muskelfasern (parallel oder senkrecht zum angelegten elektrischen Feld), variiert das Maximum der Probenimpedanz zwischen 240-580 Ohm.

Das zufällige Aufeinanderliegen der beiden senkrecht zum Feld präparierten Proben verschiedener Temperatur (20.0°C und 36°C) bei niedrigen Frequenzen rührt von der Schwierigkeit her, die

Muskelfasern senkrecht zum Feld zu präparieren.

c. Leber (Schwein)

Bei diesen Proben verlängert sich das Plateau bis etwa 200 Hz. Danach fällt die Impedanz bis 10 kHz um 30%.

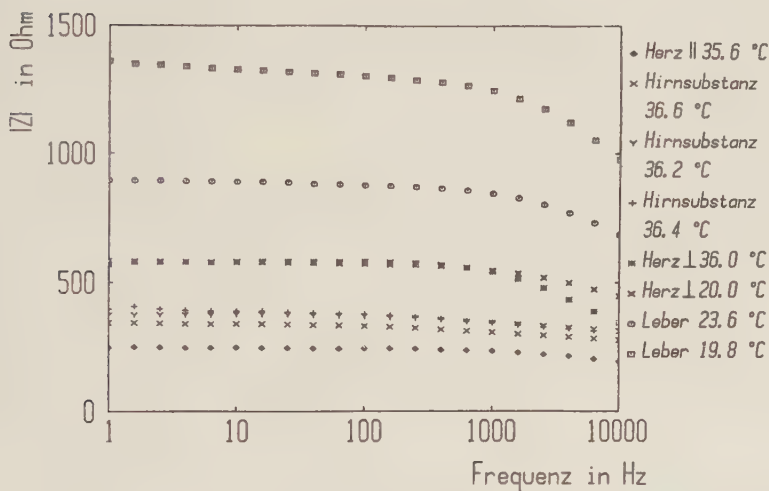


Abb. IV.1 Betrag der Probenimpedanz verschiedener Gewebeproben als Funktion der Frequenz. Weitere Erklärung siehe Text.

In Abb. IV.2-4 ist der Phasenwinkel der Probenimpedanz über der Frequenz für dieselben Gewebe wie in Abb. IV.1 aufgetragen. Die Frequenzauflösung erfolgt, wie auch bei den weiteren Abbildungen, in logarithmischer Teilung.

a. Hirnsubstanz (Schwein)

Abb. IV.2 zeigt die Abhängigkeit des Phasenwinkels von der Frequenz für drei verschiedene Hirnsubstanzproben. Der Verlauf wird durch eine S-förmige Kurve mit einem Wendepunkt bei 250 Hz beschrieben. Die Kurve nähert sich bei niederen Frequenzen asymptotisch der Abszisse.

Die mit + gekennzeichnete Messung (Hirnsubstanz 36.4°C) wurde als

Beispiel aufgenommen, wie deutlich sich ein kaum feststellbaren Fehler in der Meßapparatur in dieser Auftragung darstellt. In diesem Beispiel handelte es sich um einen Nebenschluß an einer der Sonderelektroden aufgrund einer winzigen Undichtigkeit an der Auflagefläche Elektrode-Meßzelle.

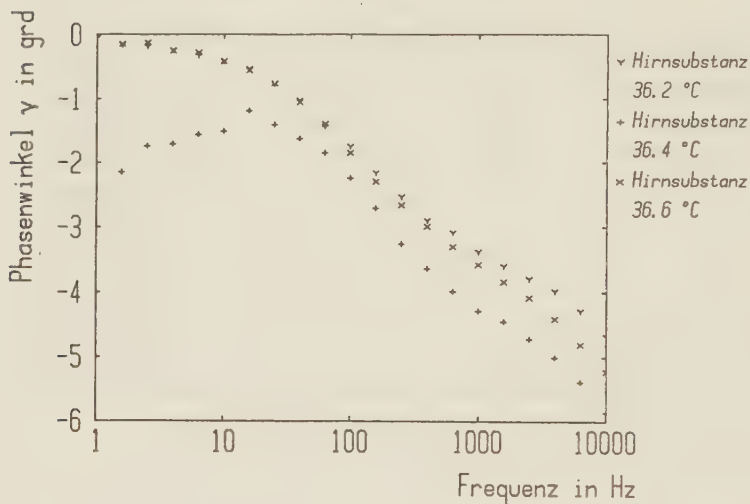


Abb.IV.2 Phasenwinkel von Hirnsubstanz als Funktion der Frequenz.

b. Herzmuskel (Schwein)

Abb. IV.3 zeigt den Verlauf des Phasenwinkels über der Frequenz für Herzmuskelgewebe. Im Vergleich zu Hirnsubstanz verschiebt sich der Wendepunkt auf 1.7 kHz.

c. Leber (Schwein)

Abb. IV.4 zeigt den Verlauf des Phasenwinkels über der Frequenz für Lebergewebe. Der Verlauf zeigt keinen Wendepunkt innerhalb des Meßbereichs.

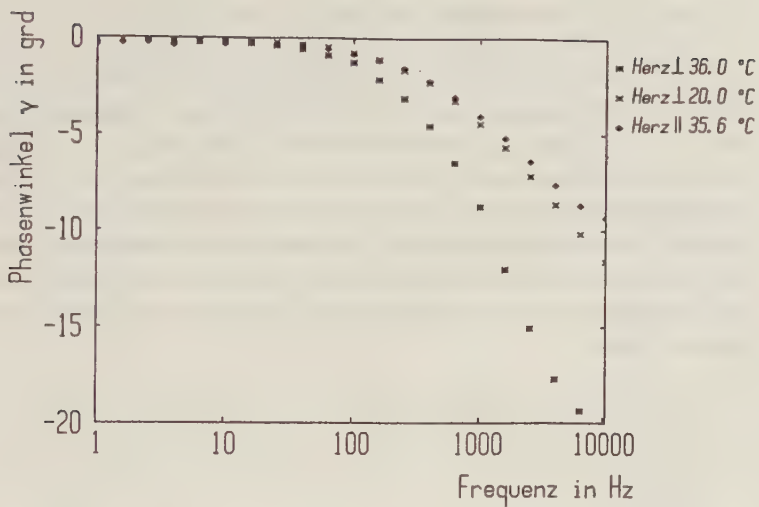


Abb. IV.3 Phasenwinkel von Herzmuskel als Funktion der Frequenz. Weitere Erklärung siehe Text.

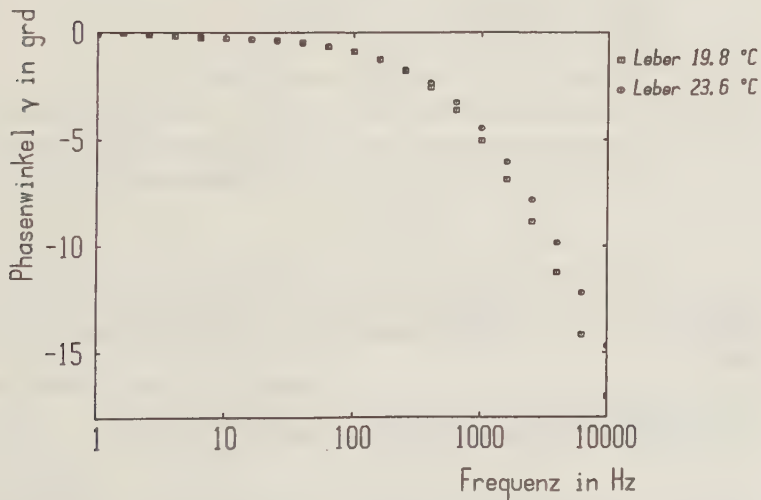


Abb. IV.4 Phasenwinkel von Lebergewebe als Funktion der Frequenz.

IV.2 Phase der Probenimpedanz im Bereich 1 Hz bis 10 Hz

Abb. IV.5 zeigt den Verlauf des Phasenwinkels γ im Bereich 1 Hz bis 10 Hz für Hirnsubstanz (Kalb). Er zeigt eine lineare Abhängigkeit mit einer für die jeweilige Probe charakteristischen (negativen) Steigung (s. Kap. V.3.4) und einem Y-Achsenabschnitt von maximal $\pm 0.2^\circ$. Dieser Y-Achsenabschnitt wird als konstanter apparativer Phasenoffset interpretiert, der seinen Ursprung in Asymmetrien zwischen den beiden Spannungselektroden (Unterschiede in der Polarisationsimpedanz) hatte. Alle Phasenwinkel einer Messung wurden durch Subtraktion dieses Offsets korrigiert.

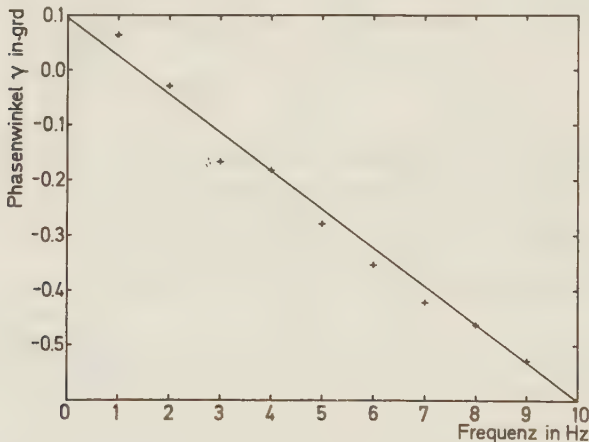


Abb. IV.5 Phasenwinkel von Hirnsubstanz als Funktion der Frequenz im Bereich 1 Hz- 10 Hz. Durchgezogene Kurve: Geradenanpassung an die Meßwerte.

IV.3 Stromdichteabhängigkeit der Probeimpedanz

In Abb. IV.6 ist die relative Abweichung des Betrags der Gewebeimpedanz $|Z|$ von Hirnsubstanz (Schwein) vom Wert der Gewebeimpedanz bei einem Strom von 1 mA als Funktion des Probenstromes I aufgetragen. Da

die Querschnittsfläche A der der Meßzelle etwa 1 cm^2 beträgt, entspricht 1 mA dieser Auftragung einer Stromdichte $j = 1 \text{ mA/cm}^2 = 10 \text{ A/m}^2$. Die Stromdichteabhängigkeit wurde bei $f=60 \text{ Hz}$ und $f=1 \text{ kHz}$ ermittelt.

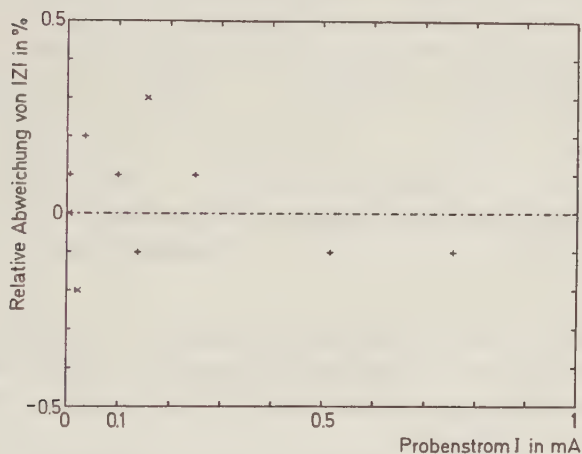


Abb. IV.6 Relative Abweichung des Betrags der Gewebeimpedanz $|Z|$ von Hirnsubstanz (Schwein) in % vom Wert der Gewebeimpedanz bei einem Strom von 1 mA als Funktion des Probenstromes I (x : $f=60 \text{ Hz}$ + : $f=1 \text{ kHz}$).

Die Auftragung zeigt, daß in diesem Stromdichtebereich des Probenstromes die Gewebeimpedanz unabhängig von dem Probenstrom ist.

In Abb. IV.7 ist die relative Abweichung des Phasenwinkels γ derselben Probe vom Wert des Phasenwinkels bei einem Strom von 1 mA als Funktion des Probenstromes I aufgetragen.

Im Rahmen der Meßgenauigkeit (vgl. Kap. III.7.2) zeigt auch der Phasenwinkel γ keine Probenstromabhängigkeit in dem betrachteten Stromdichtebereich.

Diese Ergebnisse bestätigen den von Schwan bestimmten Grenzwert von 2 mA/cm^2 /Schwan 1956/ für lineares Verhalten biologischer Impedanzen.

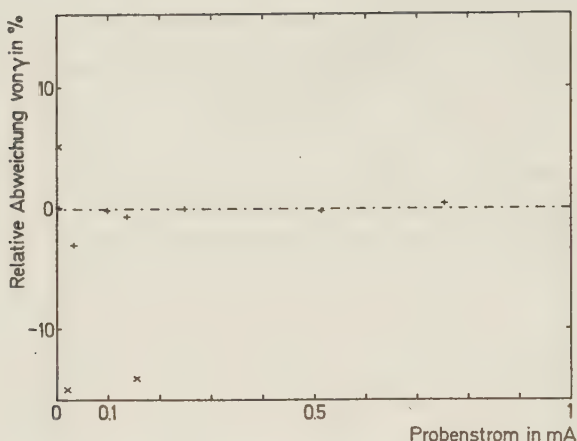


Abb. IV.7 Relative Abweichung des Phasenwinkels der Gewebeimpedanz von Hirnsubstanz (Schwein) in % vom Wert des Phasenwinkels bei einem Strom von 1 mA als Funktion des Probenstromes I (x : f=60 Hz + : f=1 kHz).

IV.4 Spezifische Leitfähigkeit homogenisierter Gewebeproben

Um zu einer besseren Abschätzung des Anteils der β -Dispersion am Gesamtspektrum (insbesondere am hochfrequenten Ende der Frequenzskala) zu gelangen, wurden mittels eines Rührmessers Homogenate von je einer Schweinehirn-, Schweineleber- und Schweineherzprobe hergestellt.

Die Werte für die spezifische Leitfähigkeit sind in Tabelle IV.1 dargestellt. Die homogenisierten Gewebe zeigten keine Dispersion mehr.

Gewebe	Temperatur	Spez. Leitfähigkeit
Hirnsubstanz	19.9°C	.295 S/m
Lebergewebe	19.8°C	.415 S/m
Herzmuskel	19.8°C	.59 S/m

Tabelle IV.1 Spezifische Leitfähigkeit homogenisierter Gewebeproben

IV.5 Temperaturabhängigkeit der Probenimpedanz

Um alle durchgeführten Messungen auf eine Referenztemperatur (37°C) beziehen zu können, wurde die Temperaturabhängigkeit der Gewebeimpedanz von Hirnsubstanz (Schwein) vermessen.

Um die Meßzeit zu verkürzen wurde das Impedanzspektrum auf den Frequenzbereich 100 Hz bis 10 kHz reduziert. Es wurde bei 6 Temperaturen zwischen 15°C und 37.6°C gemessen. Da sich diese Messung (wegen der bei jeder Messung notwendigen Aufwärm- oder Abkühlzeit) über 5 Stunden hinzog, wurde zum Schluß noch eine Kontrollmessung bei der Anfangstemperatur durchgeführt. Die Reihenfolge der Temperaturschritte wurde folgendermaßen gewählt:

15°C, 19.2°C, 22.9°C, 28.2°C, 34°C, 37.6°C, 15.7°C.

Das Ergebnis für den Betrag der Impedanz ist in Abb. IV.8 dargestellt.

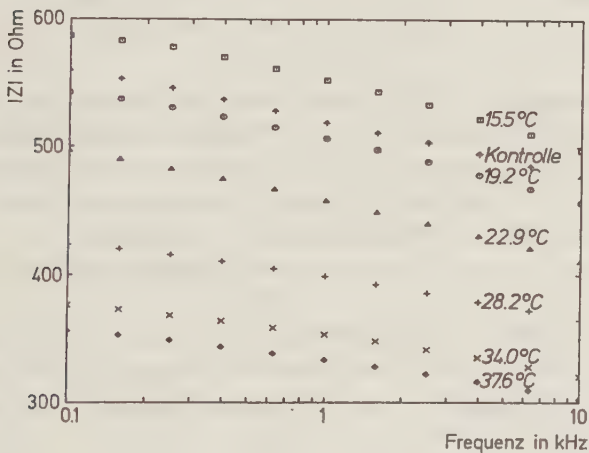


Abb.IV.8 Temperaturabhängigkeit der Betrags der Gewebeimpedanz im Frequenzbereich 0.1 kHz bis 10 kHz

V. Auswertung

V.1 Zielsetzung

Ziel dieses Teils der Arbeit ist es, aus den Meßgrößen der Impedanzmessung (Frequenzabhängigkeit des Betrages und der Phase der Gewebeimpedanz) elektrische Kenndaten der verschiedenen biologischen Gewebe zu ermitteln.

Diese Kenndaten sollen dann als Hilfsmittel zur modellhaften Beschreibung und als Basis einer genaueren biophysikalischen Kennzeichnung der α -Dispersion dienen.

Die Auswertung soll sowohl Zahlenwerte der spezifischen Leitfähigkeit erbringen (mit Hinblick auf Modellrechnungen zur Abschätzung des Risikos bei der Exposition mit niederfrequenten Magnetfeldern) als auch Auskunft darüber geben, welches Relaxationsmodell die α -Dispersion am Besten beschreibt.

V.2 Methodik

Aus den Impedanzmeßwerten wurde die spezifische Leitfähigkeit und die Dielektrizitätszahl eines äquivalenten R-C-Parallelersatzschaltkreises berechnet. Mit Hilfe dieser Werte und der entsprechenden Cole-Cole-Kreisdarstellung wurde untersucht, welcher Relaxationsformalismus in der Lage ist, die erhaltenen Kurven am Besten zu beschreiben.

Weiterhin wurden dann die Fitparameter des ausgewählten Modells bestimmt.

Für die Temperaturabhängigkeit der Probenimpedanz wurden ebenfalls die Fitparameter bestimmt und dann deren Temperaturabhängigkeit berechnet. Mit Hilfe dieser Abhängigkeit konnten dann alle Fitparameter auf die gewünschte Temperatur von 37°C bezogen werden.

V.3 Ergebnisse

Da es üblich ist, die elektrischen Eigenschaften biologischer Gewebe in Form von spezifischer Leitfähigkeit und Dielektrizitätszahl eines äquivalenten R-C-Parallelkreises darzustellen, wurde für die Probe folgendes Parallelersatzschaltbild gewählt (Abb.V.1).

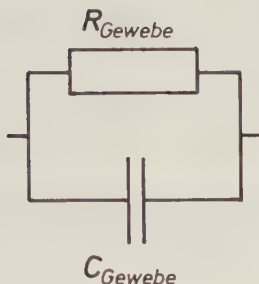


Abb.V.1 Parallelersatzschaltbild

$$Z = |Z| e^{i\gamma} = R_g / (1 + i\omega R_g C_g) \quad (V.1)$$

mit ω : Kreisfrequenz

R_g : Gewebewiderstand

C_g : Gewebekapazität.

Aufspaltung von Gl. V.1 in Real- und Imaginärteil gibt:

$$\tan \gamma = -\omega R_g C_g \quad (V.2)$$

$$|Z| = R_g / \sqrt{(1 + \omega^2 R_g^2 C_g^2)} \quad (V.3)$$

Einsetzen von Gl. V.2 in V.3:

$$|Z| = R_g / \sqrt{(1 + \tan^2 \gamma)} = R_g \cos \gamma. \quad (V.4)$$

V.4 in V.2:

$$C_g = -\tan \gamma \cos \gamma / (\omega |Z|). \quad (V.5)$$

Somit ergibt sich für R_g und C_g :

$$R_g = |Z| / \cos \gamma \quad (V.6)$$

$$C_g = -\sin \gamma / (\omega |Z|) \quad (V.7)$$

Mit der Zellkonstante A/d ergibt sich:

$$\text{spez. Leitfähigkeit} : \sigma = d/A \cdot 1/R_g \quad (V.8)$$

$$\text{Dielektrizitätszahl} : \epsilon_r = d/A \cdot C_g / \epsilon_0 \quad (V.9)$$

V.3.1 Spezifische Leitfähigkeit und Dielektrizitätszahl

Ausgehend von dem Parallelersatzschaltbild (Abb. V.1) für das Gewebe, wurden aus der Probenimpedanz und der Zellkonstante die spezifische Leitfähigkeit und die Dielektrizitätszahl der Probe berechnet. Die

Ergebnisse für die verschiedenen Gewebe sind in Abb. V.2-V.5 dargestellt.

In Abb. V.2 ist die spezifische Leitfähigkeit über der Frequenz für verschiedene Gewebe aufgetragen. Die Frequenzaustragung erfolgt in logarithmischer Teilung.

Alle Kurven verlaufen bei niedrigen Frequenzen waagrecht und steigen bei höheren Frequenzen bis zum Rand des Meßbereichs um 20-25% an.

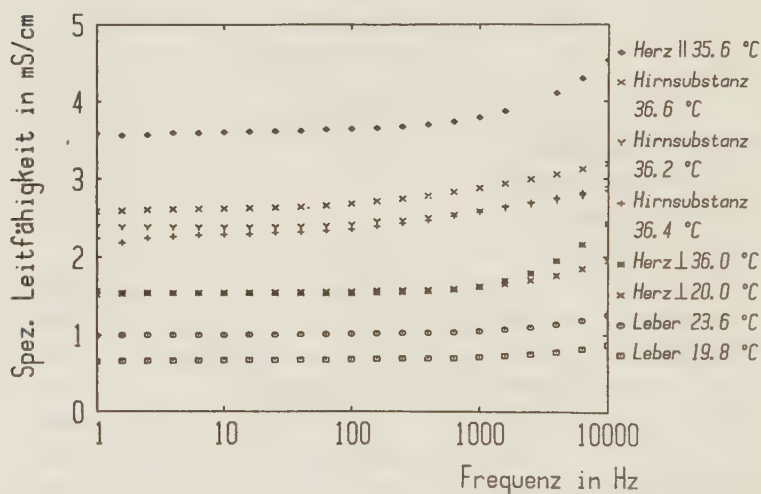


Abb.V.2 Spezifische Leitfähigkeit verschiedener Gewebe als Funktion der Frequenz.

a. Hirnsubstanz (Schwein)

Die spezifische Leitfähigkeit bei niedrigen Frequenzen variiert zwischen 2.4-2.55 mS/cm. Ab etwa 100 Hz steigt die spezifische Leitfähigkeit bis zu einem Wert von 2.8-3.2 mS/cm bei 10 kHz an. Die Abweichung der mit + gekennzeichneten Probe erklärt sich aus den in Kap. IV.1 erläuterten Gründen.

b. Herzmuskel (Schwein)

Je nach Orientierung der Muskelfaserrichtung zum E-Feld ergeben

sich deutlich versetzte Kurven. Eine parallele Ausrichtung ergibt eine deutliche Erhöhung der spezifischen Leitfähigkeit gegenüber der senkrechten Ausrichtung.

c. Leber (Schwein)

Analog zum Phasenwinkel verläuft die spezifische Leitfähigkeit von Leber am weitesten mit der Frequenz waagerecht. Leber besitzt unter den untersuchten Geweben (auch bei Inbetrachtung der niedrigeren Meßtemperatur -- vgl. Tab. V.2) eine relativ niedrige spezifische Leitfähigkeit.

In Abb. V.3-V.5 ist die Dielektrizitätszahl über der Frequenz für verschiedene Gewebe aufgetragen. Die Frequenzaustragung erfolgt in logarithmischer Teilung.

a. Hirnsubstanz (Kalb Kleinhirn - Abb. V.3)

Die Dielektrizitätszahl fällt von $3 \cdot 10^6$ bei 1 Hz bis zu 10 kHz um zwei Dekaden. Bei etwa 35 Hz durchläuft die Kurve einen Wendepunkt.

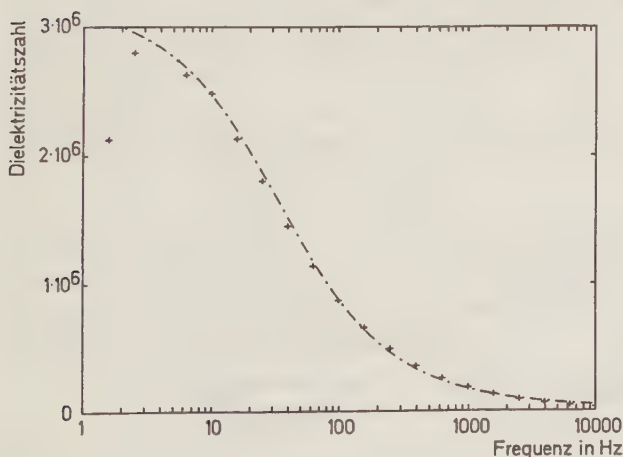


Abb.V.3 Dielektrizitätszahl von Hirnsubstanz (Kalb) als Funktion der Frequenz. Gestrichelte Kurve: Anpassung der Cole-Cole-Funktion

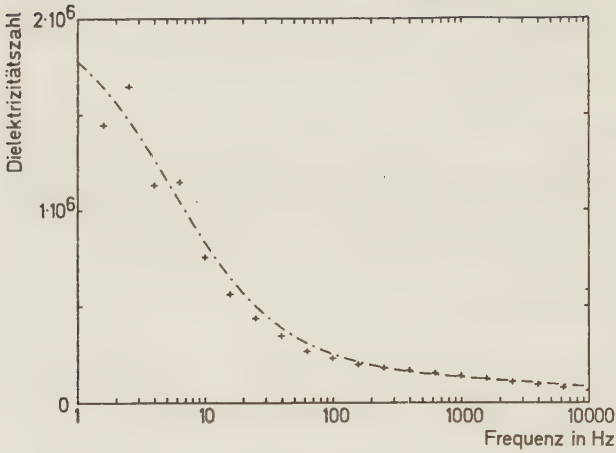


Abb.V.4 Dielektrizitätszahl von Nierengewebe (Schwein) als Funktion der Frequenz. Gestrichelte Kurve: Anpassung der Cole-Cole-Funktion

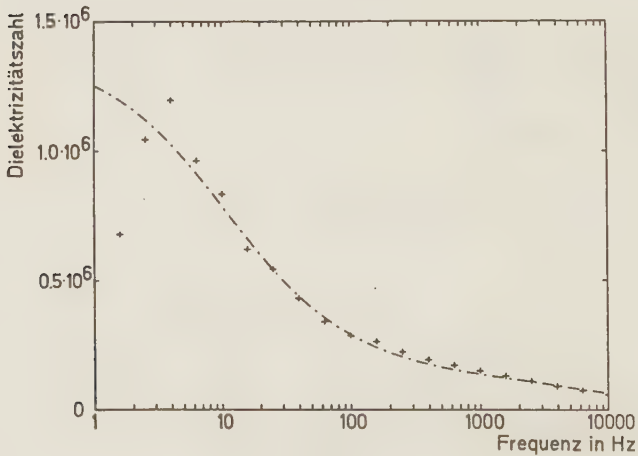


Abb.V.5 Dielektrizitätszahl von Lebergewebe (Schwein) als Funktion der Frequenz. Gestrichelte Kurve: Anpassung der Cole-Cole-Funktion

b. Niere (Schwein - Abb. V.4)

Die Dielektrizitätszahl von Nierengewebe fällt bereits bei niedrigen Frequenzen ausgehend von einem Wert von $2 \cdot 10^6$ um etwa eine Dekade. Der Wendepunkt liegt unterhalb von 10 Hz.

c. Leber (Schwein - Abb V.5)

Die Dielektrizitätszahl von Lebergewebe zeigt einen gering ausgeprägten Abfall der Dielektrizitätszahl (etwa eine Dekade), beginnend bei einem Wert von etwa 10^6 . Der Wendepunkt kommt zwischen 10 Hz und 20 Hz zu liegen.

V.3.2 Cole-Cole-Darstellung

Um zu einer Cole-Cole-Darstellung $\epsilon''=f(\epsilon')$ der Meßwerte zu gelangen, muß die gemessene Gewebeimpedanz in einen frequenzunabhängigen (statischen) Anteil mit der spezifischen Leitfähigkeit σ_0 und in einen frequenzabhängigen (dispersiven) Anteil aufgespalten werden. Ersteren kann man sich als Folge der extrazellulären Flüssigkeit in dem Gewebe, zweiten kann man sich als den in Kap. VI zu diskutierenden Relaxationsmechanismus an der Membranoberfläche vorstellen.

Der statische Anteil der spezifischen Leitfähigkeit σ_0 ergibt sich als der niederfrequente Grenzwert der Leitfähigkeitsdarstellung und läßt sich leicht ermitteln, da für alle Proben die spezifische Leitfähigkeit unterhalb von 10 Hz waagerecht verläuft.

Der Leitwert Y des Parallelkreises Abb. V.1 ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} Y^* &= \sigma \frac{A}{d} + i\omega \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d} \\ &= \sigma^* \frac{A}{d} = i\omega C^* = i\omega \epsilon_0 \epsilon^* \frac{A}{d} \end{aligned} \quad (V.10)$$

mit $\sigma^* = \sigma' + i\sigma''$: komplexe spezifische Leitfähigkeit.

und $\epsilon^* = \epsilon' - i\epsilon''$: komplexe Dielektrizitätskonstante

Da ohm'scher Strom und Verschiebungsstrom definitionsgemäß außer Phase

liegen, gilt:

$$\begin{aligned}\epsilon' &= \epsilon_r \\ \epsilon'' &= \sigma - \sigma_0 / (\omega \epsilon_0).^6\end{aligned}\tag{V.11}$$

In Abb. V.6 ist die Cole-Cole-Darstellung von weißer Hirnsubstanz (Rind) abgebildet. Es ergibt sich ein Kreissegment, welches die Abszisse unter einem Winkel von 62° schneidet. Der Scheitel des Kreissegmentes liegt zwischen den Meßpunkten bei 25 Hz und 40 Hz. Die Frequenz steigt in dieser Auftragung in math. positiver Richtung. Ähnliche Kreissegmente ergaben sich für alle Hirnsubstanzproben.

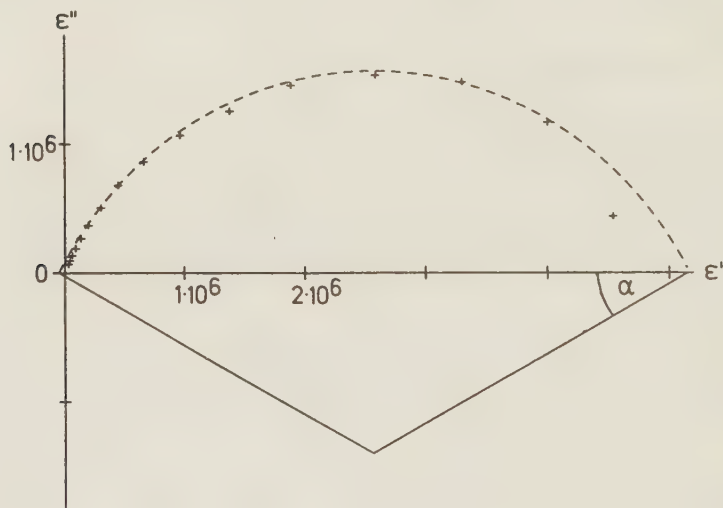


Abb.V.6 ϵ'' als Funktion von ϵ' für weiße Hirnsubstanz (Rind). Gestrichelte Kurve : Cole-Cole-Plot der angepaßten Cole-Cole-Funktion (siehe auch Text).

⁶ Da der statische Anteil σ_0 nicht an dem Relaxationsmechanismus beteiligt ist, muß dieser von der spezifischen Leitfähigkeit des Gewebes abgezogen werden.

Für die anderen Gewebearten ließ sich diese Auftragung nicht durchführen, da der durch die α -Dispersion bedingte Anstieg in der Leitfähigkeit zu gering war, um eine ausreichende Genauigkeit von ε'' zu garantieren⁷ und/oder die relative Genauigkeit von ε' bei niedrigen Frequenzen nicht ausreichte (vgl. Tab. III.1).

V.3.3 Vergleich der verschiedenen Relaxationsformalismen mit den Meßwerten⁸

Ausgehend von der Debye-Gleichung (s.Anhang 5) entstand eine Reihe von verallgemeinerten Relaxationsformalismen /Böttcher 1978/. Um in der großen Zahl der vorgeschlagenen Formalismen ein geeignetes Modell für die α -Dispersion zu finden, wurde nach folgenden Kriterien eine Vorauswahl getroffen:

1. In Hinblick auf eine Zuordnung der Fitparameter zu mikroskopischen Größen des Gewebes sollte die Summe der Fitparameter der verallgemeinerten Formalismen nur um eins größer als die Summe der Fitparameter der Debye-Gleichung sein!
2. Der Formalismus sollte zu einer geschlossenen Darstellung der komplexen Dielektrizitätszahl führen!

Die nach dieser Vorauswahl übriggebliebenen Formalismen werden in Anhang 5 im Detail beschrieben.

⁷ In diesem Fall führt die Differenz $\sigma - \alpha_0$ in Gl. V.10 zur Subtraktion zweier fast gleicher Größen.

⁸ Zur Erklärung der in diesem Kapitel verwendeten Begriffe siehe Anhang 5!

Folgende Darstellungen der Meßwerte wurden für den Vergleich benutzt:

1. Cole-Cole-Darstellung
2. Frequenzabhängigkeit der spezifischen Leitfähigkeit⁹
3. Frequenzabhängigkeit des Phasenwinkels
4. Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätszahl

Zu Punkt 1.

Vergleicht man die Cole-Cole-Darstellung der Dielektrizitätszahl von Hirngewebe (Abb. V.6) mit der entsprechenden Darstellung der verschiedenen Formalismen (Abb. A5.6 und Abb. A5.7), sieht man, daß nur die Cole-Cole-Gleichung und die Gaußverteilung den experimentellen Verlauf widerspiegeln können. Das Experiment gibt allerdings keine Auskunft darüber, ob es sich um ein echtes Kreissegment (Cole-Cole-Gleichung) oder um ein scheinbares Kreissegment mit senkrechtem Schnittwinkel mit der Abszisse (Gauß) handelt.

Zu Punkt 2.

Ein Kriterium für den Vergleich der verschiedenen Formalismen liefert hier zuerst das asymptotische Verhalten der spezifischen Leitfähigkeit am hochfrequenten Ende.

Da die spezifische Leitfähigkeit dem Produkt von $\epsilon'' \cdot \omega$ proportional ist, liefern alle Formalismen, für die ϵ'' für $\omega \rightarrow \infty$ proportional ω^{-1} verläuft, waagrechte Asymptoten. Dies gilt im Einzelnen für die Debye-Funktion, die diskrete Überlagerung von Debye-Funktionen, die Block- und Gauß-verteilung. Für Cole-Cole- und Cole-Davidson-Funktion geht aus diesen Gründen die spezifische Leitfähigkeit proportional $\omega^{\alpha-1}$, bzw. ω^{β} gegen unendlich. Dieser Punkt spricht scheinbar gegen Cole-

⁹ Da der Phasenwinkel der Proben relativ klein war, d.h. die Proben sich relativ ohm'sch verhielten, ist diese Auftragung annähernd proportional dem Kehrwert der eigentlichen Meßgröße $|Z|$. Der σ -Darstellung wurde nur deshalb der Vorzug gegeben, weil bei vergleichbaren Messungen in der Literatur auch immer die $\epsilon(\omega)$ - $\sigma(\omega)$ -Darstellung zur Kennzeichnung der Gewebeeigenschaften benutzt wurde.

Cole und Cole-Davidson, aber der Vergleich mit den Meßwerten zeigte, daß eine Anpassung an den Verlauf der spezifischen Leitfähigkeit im Bereich einiger Dekaden um die kritische Relaxationsfrequenz herum nur mit dem unerwarteten Verhalten dieser beiden Funktionen möglich war. Erst etwa 3-4 Dekaden oberhalb der kritischen Relaxationsfrequenz konnte mit der Cole-Cole-Funktion nicht mehr angepaßt werden. Die Cole-Davidson-Funktion wurde hier nicht weiter untersucht, da sie bereits wegen ihrer asymmetrischen Cole-Cole-Kreisdarstellung aus-
geschieden war.

Zu Punkt 3. und 4.

Auch der Verlauf des Phasenwinkels mit der Frequenz konnte mit der Cole-Cole-Funktion am besten beschrieben werden. Der Verlauf der Dielektrizitätszahl wurde zwar von einigen der untersuchten Formalismen befriedigend beschrieben, führten dann aber abgesehen von der Cole-Cole-Funktion beim Vergleich mit den anderen Kriterien zu deutlichen Abweichungen.

Zusammenfassend bleibt zu sagen, daß die Cole-Cole-Funktion am Besten geeignet ist, die elektrische Impedanz biologischer Gewebe im Frequenzbereich 1 Hz bis 10 kHz wiederzugeben. Bei höheren Frequenzen strebt die spezifische Leitfähigkeit der Cole-Cole gegen unendlich. Daher kann das asymptotische Verhalten der Gewebeimpedanz besser von der Gaußverteilung beschrieben werden. Dies ist beispielsweise notwendig, wenn man mehrere Dispersionsbereiche mit einem geschlossenen Ausdruck darstellen wollte.

V.3.4 Ermittlung des Grenzwertes der Dielektrizitätszahl für Niederfrequenz

Bei der Aufspaltung der Gewebeimpedanz in eine frequenzunabhängige Grundleitfähigkeit σ_0 und in einen durch Relaxation gekennzeichneten dispersiven Anteil (vgl. Kap V.3.3) gilt unter Zugrundelegung der Relaxationsformalismen (Anhang 5) für den Phasenwinkel γ :

$$\gamma = \arctan \{ \omega \epsilon_0 \epsilon' / (\omega \epsilon_0 \epsilon'' + \sigma_0) \}. \quad (V.12)$$

Für alle Relaxationsmechanismen gilt für $\omega \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \epsilon' &\rightarrow \epsilon_s \\ \epsilon'' &\rightarrow 0. \end{aligned}$$

Da für $\omega \rightarrow 0$ auch das Argument des arctan gegen Null geht, kann man den

arctan durch sein Argument ersetzen:

$$\gamma = m\omega \quad (V.13)$$

mit $m = \epsilon_0 \epsilon_s / \sigma_0 / \pi \cdot 180^\circ$.

Aus der Steigung m der Auftragung $\gamma=f(\omega)$ läßt sich ϵ_s unter Kenntnis von σ_0 bestimmen:

$$\epsilon_s = m\sigma_0 / \epsilon_0 / 180^\circ \cdot \pi. \quad (V.14)$$

V.3.5 Anpassung der Cole-Cole-Funktion an die Meßwerte

Ziel dieses Abschnittes ist es, die die Cole-Cole-Funktion kennzeichnenden Parameter aus den Meßkurven der α -Dispersion zu bestimmen. Dies sind im Einzelnen die statische Dielektrizitätszahl ϵ_s , die kritische Relaxationsfrequenz $f_0 = 1/(2\pi\tau_0)$ und der Verteilungsparameter α . Zusätzlich muß noch die Grundleitfähigkeit σ_0 bestimmt werden. Da der überstrichene Frequenzbereich am oberen Ende bereits den Bereich der β -Dispersion tangierte, wurde die Gesamtrelexation als Superposition einer Cole-Cole-Funktion für die α -Dispersion und einer Cole-Cole-Funktion für die β -Dispersion dargestellt. Die für die Cole-Cole-Funktion der β -Dispersion geschätzten Parameter dienten nur der Anpassung der Grenzwerte am oberen Frequenzrand, haben daher also kaum Aussagekraft für den eigentlichen Bereich der β -Dispersion im Megahertzbereich.

Als hochfrequenter Grenzwert von ϵ' wurde ein Wert von $\epsilon_\infty = 50$ eingesetzt /Schwan 1957a/.

Für die Anpassung wurde wie folgt vorgegangen:

1. Bestimmung der Grundleitfähigkeit σ_0 .
2. Falls möglich, Bestimmung eines Anfangswertes für den Verteilungsparameter α aus der Cole-Cole-Darstellung der Meßwerte, andernfalls Schätzung aus der Steigung der Dielektrizitätszahl im Wendepunkt.
3. Bestimmung eines Anfangswertes der statischen Dielektrizitätszahl aus dem Verlauf des Phasenwinkels unterhalb von 10 Hz.
4. Schätzung der Parameter der Cole-Cole-Funktion der β -Dispersion aus den Meßwerten der Homogenate und/oder Literaturangaben /Schwan 1957a, Geddes 1967/.
5. Zeichnung der so ermittelten Dielektrizitätszahl, spezifischen Leitfähigkeit und Phasenwinkels – Vergleich mit den Meßwerten.

6. Schrittweise Variation der einzelnen Parameter bis zu einer bestmöglichen Anpassung.

Bestmögliche Anpassung bedeutete eine Wiedergabe der experimentell gefundenen Verläufe von Phasenwinkel, Dielektrizitätszahl und spezifischer Leitfähigkeit im Frequenzbereich 1 Hz bis unterhalb von 10 kHz innerhalb der in Kap. III bestimmten Fehlergrenzen.

Weiterhin wurde formal noch aus der kritischen Relaxationsfrequenz und der statischen Dielektrizitätszahl eine Erhöhung der spezifischen Leitfähigkeit $\Delta\sigma$ definiert:

$$\Delta\sigma := 2\pi f_0 \epsilon_0 (\epsilon_{s\alpha} - \epsilon_{s\beta}) \quad (V.15)$$

mit $f_0 = 1/(2\pi\tau_0)$

$\epsilon_{s\alpha, \beta}$: Statische Dielektrizitätszahl der α - bzw. β -Dispersion.

Die so ermittelte Erhöhung der spezifischen Leitfähigkeit hat zwar einen deutlich geringeren Wert als die tatsächliche Erhöhung der spezifischen Leitfähigkeit durch den α -Relaxationsprozess (auf die Gründe wird in Kap. VI näher einzugehen sein). Trotzdem hat dieser Wert eine sehr anschauliche Bedeutung:

Geht man in einem Denkmodell von einer Relaxationszeitenverteilung zu einem Relaxationsprozess mit nur einer Relaxationszeit (nämlich der kritischen Relaxationszeit der Verteilung) über, so gilt für die Zunahme der spezifischen Leitfähigkeit $\Delta\sigma$:

$$\Delta\sigma = 2\pi f_0 \epsilon_0 (\epsilon_s - \epsilon_\infty). \quad (V.16)$$

Wie in Anhang 6 gezeigt wird, kann diese Zunahme der spezifischen Leitfähigkeit als Widerstand eines Parallelkreises dargestellt werden. Es läßt sich dann somit mit dieser Betrachtung ein Übergang von der makroskopischen Beschreibung des Gewebes zu einer mikroskopischen Interpretation der Meßgrößen der α -Dispersion herstellen. Auf diesen Punkt wird in Kap. VI näher eingegangen werden.

V.3.6 Temperaturabhängigkeit der Probenimpedanz

Ziel dieses Abschnittes ist es, aus den in Kap. IV.5 geschilderten Messungen eine einfache Beziehung für die Temperaturabhängigkeit der Probenimpedanz abzuleiten. Mit Hilfe dieser Beziehung soll es dann ermöglicht werden, die bei verschiedenen Temperaturen gewonnenen Meßergebnisse auf eine Bezugstemperatur (37°C) zu extrapolieren. Dazu wurde an die bei verschiedenen Temperaturen ermittelten Spektren je-

weils eine Cole-Cole-Funktion nach der in Kap. V.3.5 beschriebenen Methode angepaßt. Die Fitparameter dieser Anpassung sind in Tabelle V.1 zusammengefaßt.

Temperatur in °C	Zeitpunkt in min	σ_0 in S/m	ϵ_s $\cdot 10^{-6}$	$\Delta\sigma$ in S/m $\cdot 10^3$	Verteilungs- parameter
15.0	0	.14 (.14)	2.9	10.0 (10.0)	.27
19.2	60	.16 (.16)	2.5	8.5 (8.9)	.30
22.9	110	.18 (.17)	2.8	9.4 (10.2)	.31
28.2	160	.20 (.20)	2.8	9.4 (10.5)	.31
34.0	240	.23 (.22)	2.8	11.5 (13.6)	.30
37.6	310	.25 (.23)	2.8	11.8 (14.5)	.31
15.7	360	.15 (.15)	3.0	8.0 (10.2)	.28

Tabelle V.1 Cole-Cole-Fitparameter einer Schweinehirnprobe in Abhängigkeit der Temperatur. Die Werte in Klammern sind auf die Alterung der Probe korrigiert (siehe Text).

Vergleicht man die Werte der Kontrollmessung bei 15.7°C mit der ersten Messung bei 15°C, so zeigt sich die Alterung der Probe in einem Anstieg der Grundleitfähigkeit und einem Abfall der Leitfähigkeitszunahme. Bei der statischen Dielektrizitätszahl zeigte sich im Verlauf der Messung keine signifikante Änderung. Grundleitfähigkeit und Leitfähigkeitszunahme wurden mit einem zu der Zeit proportionalen Alterungsfaktor korrigiert, der aus dem Verhältnis der Meßwerte der Kontrollmessung zu den Meßwerten der ersten Messung bestimmt wurde. Die korrigierten Werte sind in der Tabelle in Klammern aufgeführt.

Für den Temperaturbereich 10°C-40°C wurde eine einfache Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit angenommen:

$$\sigma(T_0)/\sigma(T) = e^{-\eta(1/T_0 - 1/T)} \quad (V.17)$$

mit η : Temperaturkoeffizient

T_0 : Temperatur der Referenzleitfähigkeit

Die Wahl der Referenzleitfähigkeit ist ohne Bedeutung. Sie muß lediglich in dem betrachteten Temperaturintervall bestimmt werden. Hier wurde die Leitfähigkeit des ersten Spektrums der Messungen Kap. IV.5

als Referenzleitfähigkeit gewählt. Aus der Auftragung

$$\ln(\sigma(T)) = f(1/T - 1/T_0)$$

läßt sich η als Steigung bestimmen.

Für die Grundleitfähigkeit ergab sich ein Temperaturkoeffizient von $2(^{\pm}2) \cdot 10^3$ K, für die Zunahme der spezifischen Leitfähigkeit ein Wert von $1.6(^{\pm}2) \cdot 10^3$ K. Die Werte entsprechender Elektrolytlösungen (NaCl, KCl) liegen zwischen $1.7 \cdot 10^3$ K und $2 \cdot 10^3$ K. In anderen Einheiten ausgedrückt entsprechen der Wert für die Grundleitfähigkeit einem Wert von 6.4 kT (=relative Änderung von 2.1%/K) und der Wert für die Zunahme der spezifischen Leitfähigkeit einem Wert von 5 kT (= 1.6%/K), jeweils bezogen auf die Körpertemperatur 37°C.

Mit Hilfe dieser so ermittelten Temperaturabhängigkeit konnten dann die nach Kap. V.3.5 gewonnenen Fitparameter auf die Körpertemperatur von 37°C umgerechnet werden. Die Mittelwerte dieser Fitparameter der α -Dispersion für die verschiedenen Gewebe sind in Tabelle V.2 aufgeführt.

Gewebe	Anzahl der ausgew. Proben	σ	Streuung in S/m	$\Delta\sigma$ in S/m $\cdot 10^3$	f_0 in Hz	ϵ_s $\cdot 10^{-6}$	α
Hirn (S)	11	.24	$\pm .02$	13	77	3	.29
Hirn (Ka)	2	.26	$\pm .03$	9	30	5	.40
Kleinhirn (Ka)	1	.15	-	6	34	3	.32
Weißes Hirnsbst.(R)	2	.24	$\pm .02$	10	32	5	.25
Rückenmark (Ka)	1	.27	-	-	-	2	-
Leber (S)	5	.14	$\pm .07$	1.2	15	1.2	.30
Leber (R)	1	.12	-	1.7	47	0.7	.30
Herz paral. (S)	3	.35	$\pm .02$	-	-	-	-
Herz senkr. (S)	2	.19	$\pm .04$	37	1700	0.4	.37
Herz paral. (R)	2	.25	$\pm .01$	-	-	-	-
Niere (S)	2	.10	$\pm .005$	1.2	12	1.8	.33
Lunge (S)	3	.16	$\pm .06$	-	-	-	-

Tabelle V.2 Cole-Cole-Parameter der α -Dispersion für verschiedene Gewebe; extrapoliert auf Körpertemperatur $T=37^\circ\text{C}$. (S):Schwein (R):Rind (Ka):Kalb.

VI. Diskussion

VI.1. Methode

Die Vierelektrodenanordnung gilt zur quantitativen Bestimmung elektrischer Eigenschaften biologischen Gewebes im Niederfrequenzbereich unbestritten als Methode der Wahl /Schwan 1968, Zheng 1984/. Lediglich Pliquett /Pliquett 1969/ benutzte für ähnliche Messungen eine Zweielektrodenanordnung. Pliquett betrachtete die auftretende Polarisationsimpedanz an der Grenzfläche Elektrode/Gewebe als typische Geweeigenschaft. Diese Betrachtungsweise läßt unter Umständen einen qualitativen Vergleich zwischen verschiedenen Geweben sinnvoll erscheinen, gibt aber keine Auskunft über die absoluten Werte der Gewebeimpedanz. Insbesondere die hohen Werte der Dielektrizitätszahl unterhalb von 10 Hz ließen sich bei den hier gezeigten Messungen nicht reproduzieren und müssen deshalb auf den Einfluß der Polarisationsimpedanz an den Elektroden geschoben werden. Wenngleich die Vierelektrodenanordnung bereits als Standardanordnung für Messungen dieser Art angesehen werden kann, so wurde mit der Verwendung der Lock-In-Technik zur Messung der Potentiale erst die notwendige Voraussetzung geschaffen, die Impedanz biologischer Gewebe in diesem Frequenzbereich quantitativ zu vermessen. Konkurrierende Verfahren wie die Bestimmung des Phasenwinkels mittels Lissajous-Figuren /Zheng 1984/ oder mit einer Brückenmethode /Schwan 1968/ können nicht annähernd die mit der Lock-In-Technik gegebenen Genauigkeit erreichen. Bei Zheng /Zheng 84/ äußert sich dieser Mangel auch deutlich in einem Ausbleiben der α -Dispersion im entsprechenden Frequenzbereich.

Der hauptsächlichste Nachteil der Vierelektrodenanordnung liegt in ihrer relativ hohen Streukapazität. Dies läßt eine Verwendung dieser Anordnung nur bis zu Frequenzen von etwa 10 kHz sinnvoll erscheinen. Mit der hier verwendeten Methode der "hochliegenden" Abschirmungen und bei der Verwendung von hochohmigen Präzisionsoperationsverstärkern mit niedriger Eingangskapazität ließe sich diese Grenze bis zu einigen 100 kHz erhöhen. Trotzdem kann man aber für Frequenzen oberhalb 1 kHz die Zweielektrodenanordnung als Methode der Wahl ansehen. Besonders deutlich wird dies in den von Zheng /Zheng 1984/ mit der Vierelektrodenanordnung gemessenen Impedanzwerten für 1 MHz, die von den sonsti-

gen in der Literatur zu findenden Werten stark abweichen.

Um die hohe Meßgenauigkeit der hier verwandten Anordnung zu erreichen, mußten allerdings auch sehr hinderliche Nachteile in Kauf genommen werden: Die Lock-In Technik erfordert insbesondere bei niedrigen Frequenzen lange Meßzeiten. Dies führte bei einigen Geweben wie Lungen- und Lebergewebe zu Problemen mit der Stabilität der Probe über der Meßzeit. Die aus der Forderung nach homogenen Feldverlauf über dem Meßvolumen entstammenden relativen großen Abmessungen des Probenraumes ($\approx \text{cm}^3$) machten eine Messung kleinerer Strukturen unmöglich.

VI.2. Auswertung und Interpretation

Die Frequenzabhängigkeit der Impedanz biologischer Gewebe im untersuchten Frequenzbereich zeigt einen Verlauf, der dem von Relaxationsprozessen (β -Dispersion, γ -Dispersion) formal ähnelt. Deshalb wurde auch dieser Dispersionsast mit Formalismen untersucht, die sich aus einer Debye-Relaxation ableiten. Es zeigte sich, daß je nach dem, welche Anforderungen man an die Anpassung stellt, Cole-Cole-Funktion und Gaußverteilung die Meßwerte am besten annähern. Diese Art der Anpassung erbringt drei charakteristische Größen für jedes Gewebe: die kritische Relaxationsfrequenz, die Änderung der Dielektrizitätszahl und einen Verteilungsparameter für die Relaxationszeitenverteilung. Die in dieser Arbeit durchgeführten Messungen und Anpassungen zeigten, daß diese Größen zusammen mit der Grundleitfähigkeit eine eindeutige Zuordnung zu den hier untersuchten Gewebearten erlauben, wobei die betrachtete Tierart (Rind, Schwein oder Kalb) nur geringen Einfluß auf diese Größen hat. Dieses Ergebnis unterstützt die Hypothese, daß man mit Gewebedaten von großen Säugetieren Induktionsstromdichten im menschlichen Körper abschätzen kann.

Welche biophysikalische Schlüsse lassen sich aus diesen Ergebnissen ziehen? Eine Relaxation vom Debye-Typ entspricht der Frequenzabhängigkeit eines Widerstand/Kondensator-Netzwerks mit dem in Kap.6 des Anhangs diskutiertem Ersatzschaltbild. Für unseren Fall läßt sich R_2 in die Gleichstromleitfähigkeit und C_2 in die Dielektrizitätszahl ϵ_∞

umrechnen. R_1 mit C_1 zeichnen für die Dispersion verantwortlich. C_1 läßt sich aus der Differenz von $\epsilon_s - \epsilon_\infty$ bestimmen, $R_1 = \tau / C_1$. Tritt statt einer einzigen Relaxationszeit τ eine (kontinuierliche) Relaxationszeitenverteilung auf, so kann man sich diese als eine (kontinuierliche) Parallelschaltung solcher R-C-Serienschaltungen vorstellen /Schwan 1957a/. Andersherum läßt sich zumindest im Gedankenexperiment eine Relaxationszeitenverteilung auf den diskreten Wert ihres Maximums, der kritischen Relaxationszeit, vereinigen. Dies erlaubt dann wieder die oben geschilderte eindeutige Zuordnung zu den Elementen des Ersatzschaltbildes aus Kap.6 des Anhangs.

Man möchte nun aus diesen Größen einen Zusammenhang mit den mikroskopischen Eigenschaften von Geweben herstellen. Ein Modell, welches die α -Dispersion von Geweben vernünftig beschreibt, ist beim heutigen Stand der Forschung noch nicht abzusehen. Es existiert aber das von Schwarz /Schwarz 1962/ aufgestellte Modell für Kugelsuspension im Bereich der α -Dispersion. Dieses Modell konnte die elektrischen Eigenschaften verdünnter Suspensionen von Polystyrolkugeln /Schwan 1962/ und verdünnter Zellsuspensionen /Einolf 1973/ unter Verwendung mikroskopischer Größen ausgezeichnet beschreiben. Bei höheren Konzentrationen der Kugeln wurde in dem Modell die statische Dielektrizitätszahl der Suspension unterschätzt. Man ist aber dennoch geneigt (auch mangels Alternativen) die Grundannahmen und Aussagen dieses Modells auch für Gewebe zu betrachten.

Da das Schwarz'sche Modell eine Dispersion vom Debye-Typ liefert, wird in der Interpretation der Gewebedaten versucht werden, die aus dem Experiment und Anpassung gewonnenen Daten auf die charakteristischen Größen der Debye-Funktion abzubilden. Aus Gründen der Anschaulichkeit wird hier eine Bestimmung der diesen Größen äquivalenten Elementen des Ersatzschaltbildes aus Kap. 6 des Anhangs durchgeführt werden.

Am eindeutigsten läßt sich eine Zuordnung mikroskopischer Gewebedaten zu den Elementen R_2 und C_2 treffen. R_2 steht für die Gleichstromleitfähigkeit und beinhaltet die Leitfähigkeit des Interzellularraumes und die zur Meßrichtung parallele Komponente der Leitfähigkeit von Gefäßsystemen im Gewebe. Erstere hängt sicherlich von der Packungsdichte der Zellen im Gewebe und von der Struktur der Gewebe ab. Zweitere (der Beitrag von Gefäßen) bewirkt eine etwas höhere Grundleitfähigkeit der Gewebe als man sie aus der Betrachtung der Packungsdichte erwartet

zahl der β -Dispersion wider, eine mikroskopische Interpretation dieser Größe findet man bei Schwan /Schwan 1957a/. Vereinigt man, wie oben beschrieben, die angepaßte Relaxationszeitenverteilung auf den Wert ihres Maximums, so läßt sich R_1 und C_1 bestimmen. Für die hier untersuchten Gewebe entspricht R_1 spezifischen Leitfähigkeiten zwischen 1 und 20 % der jeweiligen Grundleitfähigkeit. Im Schwarz'schen Modell wird dies durch eine Oberflächenleitfähigkeit von Ionen dargestellt, die im Abstand von einigen $\text{\AA}$ an die festen Ladungen in der Zellmembran angelagert sind. Diese Oberflächenleitfähigkeit ist für den Fall verdünnter Kugelsuspensionen eine Funktion der Oberflächenladungsdichte und der Beweglichkeit dieser angelagerten Ionen. Der Kondensator C_1 , bestimmt durch die Änderung der Dielektrizitätszahl in der α -Dispersion, wird in dem Modell durch diese Ladungsträgerdoppelschicht erzeugt. Wird an diese Anordnung ein elektrisches Feld angelegt, so wird diese Ladungsträgerdoppelschicht mittels der Oberflächenleitfähigkeit der Gegenionen aufgeladen, wobei die Rückdiffusion der Gegenionen in ihre Gleichgewichtslage diesem Prozeß entgegenwirkt /Schwarz 1962/. Da das Schwarz'sche Modell nur für verdünnte Kugelsuspensionen gilt, ist es illusorisch zu hoffen, mit dessen Hilfe aus den entsprechenden makroskopischen Gewebedaten auf mikroskopische Größen des Gewebes schließen zu können. Versucht man aber zu einer geeigneteren modellhaften Beschreibung der Gewebeeigenschaften zu gelangen, so sind im Vergleich zum Schwarz'schen Modell zwei weitere Gewebeeigenschaften zu berücksichtigen:

1. Gegenseitige Beeinflussung der Zellen aufgrund der hohen Packungsdichte im Gewebe.
2. Eine komplizierte Struktur des Zwischenzellarraumes.

Die Packungsdichte der hier untersuchten Gewebe unterscheidet sich nur unwesentlich. Man kann weiterhin aufgrund des fast identischen Aufbaus von Zellmembranen der verschiedenen Gewebe annehmen, daß für alle Ladungsträgerdoppelschichten an den Membranoberflächen gleiche Beweglichkeit und gleicher Abstand der Gegenionen, sowie gleiche Oberflächenladungsdichte vorliegt. Schwarz nimmt an, daß die daraus resultierende Oberflächenleitfähigkeit für höhere Packungsdichten (Volumenanteil der Zellen > 15 %) selbst eine Funktion der Packungsdichte ist. Mit diesen Annahmen müßte im Schwarz'schen Modell dann die Relaxa-

tionsfrequenz indirekt proportional zum Quadrat der Zunahme der Dielektrizitätszahl verlaufen. Eine Auftragung der kritischen Relaxationsfrequenz als Funktion von $1/(\epsilon_s - \epsilon_\infty)$ ließ keinerlei Korrelation zwischen diesen Größen erkennen. Dies zeigt, daß ein mikroskopisches Modell zur Beschreibung der α -Dispersion von Geweben besonders auf die Struktur des Zwischenzellarraums eingehen muß.

VI.3 Ausblick

Ausgehend von dem hier gezeigten Katalog von Impedanzdaten biologischen Gewebes bei Niederfrequenz wird an einer Erweiterung dieses Katalogs gearbeitet. Gleichzeitig läuft eine theoretische Arbeit an unserem Institut, die sich zum Ziel gesetzt hat, unter Berücksichtigung der hier gewonnenen Daten zu einer geeigneten theoretischen Beschreibung der elektrischen Eigenschaften biologischen Gewebes bei Niederfrequenz zu gelangen.

Um zu einer detaillierten Beschreibung der Gewebe zu gelangen, erscheint es sinnvoll, zu einer Meßzelle mit bedeutend kleineren Abmessungen überzugehen. Zwar wird sich der störende Einfluß der Meßelektroden vergrößern, dafür ist damit eine bedeutend höhere Homogenität über dem Probenraum zu erreichen.

Für die Bestimmung von Anisotropieeffekten sollte eine Meßzelle mit ebenfalls kleinen Abmessungen konstruiert werden, die zumindest die relative Messung der richtungsabhängigen Impedanzen gegeneinander erlaubt.

VII. Literaturverzeichnis

- /Bernhardt 1984/ J.H.Bernhardt u. K.Kossel :
Gesundheitliche Risiken bei der Anwendung der NMR-
Tomographie und In-vivo-NMR-Spektroskopie.
Fortschr.Röntgenstr. 141 (1984) 251-258
- /Böttcher 1978/ C.J.F.Böttcher u. P.Bordewijk :
Theory of Electric Polarisation
Elsevier Publ.Comp., Amsterdam 1978
- /Bridges 1981/ J.E.Bridges, M.Preache :
Biological Influences of Power Frequency Electric
Fields - A Tutorial Review from a Physical and
Experimental Viewpoint.
Proceedings of the IEEE, 69 (1981) 1092-1120
- /Cole 1941/ K.S.Cole, R.H.Cole :
Dispersion and Absorption in Dielectrics.
I.Alternating Current Characteristics
J.Chem.Physics 9 (1941) 341-345
- /Davidson 1950/ D.W.Davidson, R.H.Cole :
Dielectric Relaxation in Glycerine.
J.Chem.Phys. 18 (1950) 1417
- Dielectric Relaxation in Glycerol, Propylene Glycol,
and n-Propanol.
J.Chem.Phys. 19 (1951) 1484-1490
- /Einolf 1973/ C.W.Einolf, E.L.Carstensen :
Passive Electrical Properties of Microorganisms
V.Low Frequency Dielectric Dispersion of Bacteria
Biophys.J. 13 (1973) 8-13

- /Fricke 1935/ H.Fricke, H.J.Curtis
Electric Impedance of Suspensions of Leucocytes
Nature 135 (1935) 436
- /Fröhlich 1949/ H.Fröhlich :
Theory of Dielectrics, Clarendon Press, Oxford (1949)
- /Geddes 1967/ L.A.Geddes, L.E.Baker :
The Specific Resistance of Biological Material -
A Compendium of Data for the Biomedical Engineer and
Physiologist.
Med. & biol. Eng. 5 (1967) 271-293
- /Gielen 1982/ F.L.H.Gielen, P.Bergveld :
Comparison of Electrode Impedances of Pt, PtIr
(10% Ir) and Ir-AIROF Electrodes used in Electro-
physiological Experiments.
Med. & Biol. Engn. & Comput. 20 (1982) 77-80
- /Höber 1913/ R.Höber :
Messungen der inneren Leitfähigkeit von Zellen
Arch. ges. Phys. 150 (1913) 15-45
- /Mann 1977/ G.Mann :
Schinderhannes, Galvanismus und die experimentelle
Medizin in Mainz um 1800.
Medizinhist.J. 12 (1971) 21-80
- /o.Verf. 1804/ Anonym :
Schinderhannes und seine Bande oder Johann Bücklers
und seiner Gesellen merkwürdige Geschichte, Verbre-
chen, Verurtheilung und Hinrichtung. Aus den Crimi-
nalakten gezogen und der Wahrheit gemäß erzählt, 2.
Aufl. Stuttgart 1804

- /Pauly 1967/ H.Pauly :
Über die passiven elektrischen Eigenschaften der
zytoplasmatischen Membran und des Zytoplasmas.
In: W.Beier (Hrsg.) Physikalische Grundlagen der
Medizin, Abhandlungen aus der Biophysik, Heft 7
(1967) 85-107
- /Pauly 1980/ H.Pauly, J.Bernhardt :
Biologische Wirkungen nichtionisierender Strahlen.
In: O.Messerschmidt und F.Olbert (Hrsg), Strahlen-
schutz in Forschung und Praxis, Bd. XX (1980) 1-30
- /Pliquett 1969/ F.Pliquett :
Biophysikalische Untersuchungen von Zellen und Gewe-
ben durch passive elektrische Verfahren.
In : W.Beier (Hrsg.) Fortschritte der experimentellen
und theoretischen Biophysik, Heft 11, Thieme-Verlag,
Leipzig (1969)
- /Reinke 1982/ F.Reinke :
Industrielle Anwendungen der induktiven Erwärmung
Vortrag beim Berlin-Kolloquium 1982, 13.-15. Okt.
1982, Bundesgesundheitsamt Berlin
- /RWE 1980/ RWE-Information :
Die Industriellen Elektrowärmeverfahren
Hrsg.: Rheinisch-Westfälisches Elektrizitätswerk AG,
Abt. Anwendungstechnik, Essen 1980
- /Schelter 1982/ W.Schelter :
Methoden der Magnetfeldtherapie
Vortrag beim Berlin-Kolloquium 1982, 13.-15. Okt.
1982, Bundesgesundheitsamt Berlin
- /Schwan 1956/ H.P.Schwan :
Specific Resistance of Body Tissue
Circulation Research Vol. IV (1956) 664-670

- /Schwan 1957a/ H.P.Schwan :
Electrical Properties of Tissue and Cell Suspensions.
In: J.H.Lawrence, C.A.Tobias (Hrsg.)
Advanc.biol.med.Phys. 5 (1957) 147-209
- /Schwan 1957b/ H.P.Schwan :
The Conductivity of Living Tissue
Ann.N.Y.Acad.Sci. 65 (1957) 1007-1013
- /Schwan 1962/ H.P.Schwan, G.Schwarz, J.Maczuk und H.Pauly :
On the Low-Frequency Dielectric Dispersion of Col-
loidal Particles in Electrolyte Solution
J.Phys.Chem. 66 (1962) 2626-2635
- /Schwan 1968/ H.P.Schwan :
Four-Electrode Null Techniques for Impedance Measure-
ments with High Resolution
Rev.scient.Instr. 39 (1968) 481-485
- /Schwarz 1962/ G.Schwarz :
A Theorie of the Low-Frequency Dielectric Dispersion
of Colloidal Particles in Electrolyte Solution
J.Phys.Chem. 66 (1962) 2636-2642
- /Silny 1984/ J.Silny : Private Mitteilung
- /Wagner 1913/ K.W.Wagner :
Zur Theorie der unvollkommenen Dielektrika
Ann.Physik 40 (1913) 817-855
- /Zheng 1984/ E.Zheng, S.Shao und J.G.Webster
Impedance of Skeletal Muscle from 1 Hz to 1 MHz
IEEE Trans.Biomed.Engn. 31 (1984) 477-480

VIII. Zusammenfassung

Eine Apparatur zur Messung der Impedanz biologischer Gewebe im Frequenzbereich 1 Hz bis 10 kHz wurde entwickelt und aufgebaut. Die Messung der elektrischen Größen wurde nach den Prinzipien der Vierelektrodenanordnung durchgeführt. Die elektrischen Potentiale erfolgte mittels der Lock-In-Technik.

Es wurden passive elektrische Eigenschaften verschiedener Körpergewebe einiger Schlachttiere gemessen. Mit Hilfe der gemessenen Temperaturabhängigkeit von Hirngewebe und der Annahme, daß die gleiche Temperaturabhängigkeit für die anderen Gewebe gilt, wurden alle Meßwerte auf die Körpertemperatur $T=37^{\circ}\text{C}$ umgerechnet. Die ermittelte Grund- oder Gleichstromleitfähigkeit liegt für die gemessenen Gewebe zwischen 0.1 und 0.4 S/m. Das sind etwa 10 % bis 50 % der Leitfähigkeit von Blut. Für die meisten gemessenen Gewebeproben konnte auch eine Anpassung einer Cole-Cole-Funktion durchgeführt werden. Die so ermittelten Parameter erlauben eine geschlossene Darstellung der Impedanz der untersuchten Gewebearten im Frequenzbereich 1 Hz bis 10 kHz. Besonders für Modellrechnungen zur Ermittlung der Wirbelstromdichten im menschlichen Körper stellen diese Daten ein wichtiges Hilfsmittel dar.

Die Meßdaten sowie die aus der Anpassung gewonnenen Parameter wurden mit dem Modell für die elektrischen Eigenschaften von Kugelsuspensionen im Bereich der α -Dispersion von Schwarz /Schwarz 1962/ verglichen. Der Vergleich zeigte, daß ein Modell, welches die elektrischen Eigenschaften biologischer Gewebe im Bereich der α -Dispersion beschreiben will, neben der hohen Packungsdichte der Zellen im Gewebe besonders die räumliche Anordnung dieser Zellen zu berücksichtigen hat.

Anhang

1. Schaltbilder

1.1. Stromamplitudenkonstanter (Abb. A1.1)

Funktion: Umwandlung einer Wechselspannung mit konstanter Amplitude in einen Wechselstrom konstanter Amplitude und Phase durch die Probe.

Prinzip: Der Operationsverstärker HA 5130 wird als Invertierverstärker beschaltet. Die Probe stellt die Rückkopplung dar. Sie liegt zwischen den Anschlüssen 'Out high-Out low'. Der Funktionsgenerator liegt am Eingang des Invertierverstärkers. Über den einstellbaren Festwiderstand R_1 fließt ein konstanter Strom in den Invertiereingang des Operationsverstärkers, den dieser mit dem Probenstrom kompensiert. An Punkt 3 wird U_r , an Punkt 4 wird U_o abgegriffen. Punkt 2 geht auf den Eingang des TTL-Signalwandlers. R_4, R_5, C_2, C_3 , -- Siebglieder.

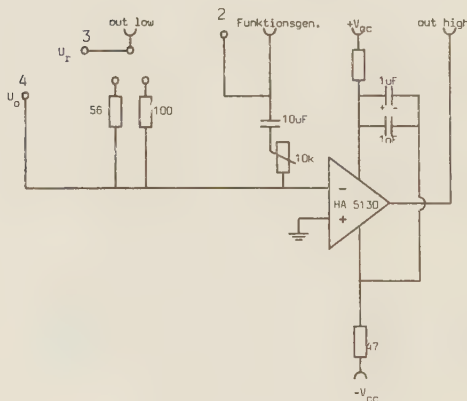


Abb. A1.1 Amplitudenkonstanter

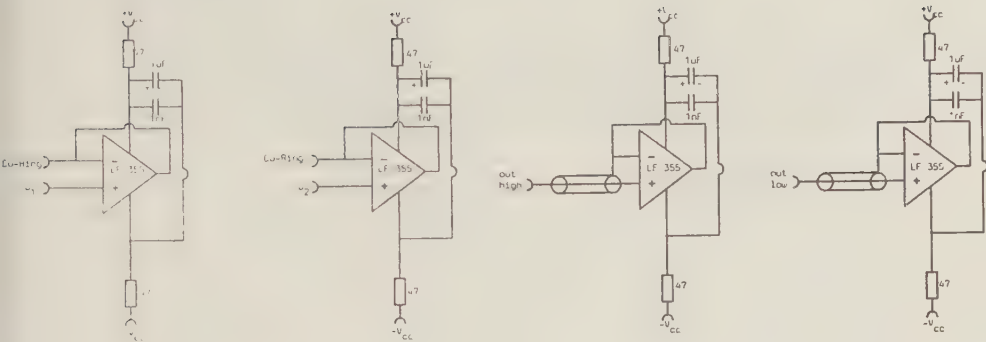


Abb. A1.2 Impedanzwandler für die Abschirmungen

1.2. Impedanzwandler (Abb. A 1.2 und Abb. A1.3)

Funktion: Phasentreuer Verstärker mit Verstärkungsfaktor 1 bei hohem Eingangswiderstand und niedrigem Ausgangswiderstand. Der niederohmige Ausgang versorgt die Abschirmungen der Meßzelle bzw. der Meßleitungen (Abb. A1.2). Eingangsimpedanzwandler an den Spannungselektroden (Abb. A1.3).

Prinzip: Der Operationsverstärker wird als nichtinvertierender, voll gegengekoppelter Verstärker mit Verstärkung 1 beschaltet.

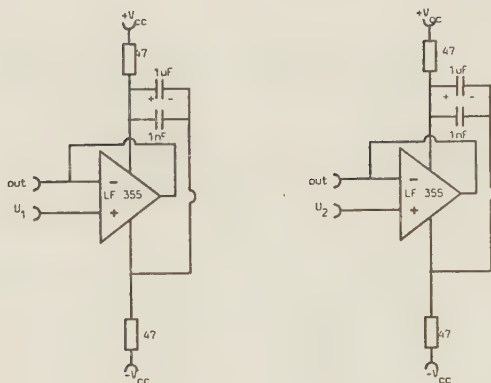


Abb. A1.3 Impedanzwandler an den Spannungselektroden.

1.3. TTL-Signal Konverter (Abb. A1.4)

Funktion: Umwandlung des sinusförmigen Meßsignals in ein positives Rechtecksignal.

Prinzip: Der Operationsverstärker wird als SchmittTrigger beschaltet.

Der Ausgang des Operationsverstärkers wird auf eine Transistorinvertierstufe gegeben, wobei mittels des Potentiometers P_2 der Nullpegel justiert werden kann. Mit der 5.1V Zenerdiode im Ausgang wird die Ausgangsspannung auf die geforderten 5V reduziert.

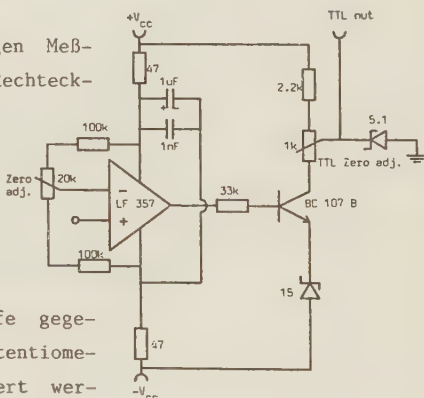


Abb. A1.4 TTL-Signalkonverter

2.Meßprotokoll

In Abb. A2.1 zeigt anhand einer Hirnsubstanzmessung die Form des während der Messung erstellten Meßprotokolls. Es beinhaltet die Meßwerte, sowie deren relative zeitliche Driften in ‰ pro Sekunde.

Erlangen, den 6.2.1984

SW 850 Hirn 1.Messung

Scan 1 - 10000 Hz

Meßwerte :

Frequ:	Temp:	R ₁₀₀ :	Ulc _{os} :	Ulsin :	U2cos :	U2sin :	URcos :	URsin :	UOcos:	UOsin
Hertz:	°C :	Ohm:	mV :	mV :	mV :	mV :	mV :	mV :	mV :	mV
1.0:36.2:	100:		825.87:	845.27:	614.26:	620.12:	56.741:	60.477:	-0.09:	-0.14
Drift:-----+			0.0052:	0.0022:	0.0041:	0.0051:	0.0420:	0.0122:	2.23:	0.77
1.6:36.2:	100:		845.01:	850.39:	626.62:	625.13:	58.306:	60.459:	-0.09:	-0.14
Drift:++++++			0.0139:	0.0062:	0.0110:	0.0013:	0.0467:	0.0411:	1.40:	3.75
2.5:36.2:	100:		861.99:	844.45:	637.90:	621.48:	59.709:	59.763:	-0.12:	-0.17
Drift:++++++			0.0031:	0.0004:	0.0030:	0.0009:	0.0240:	0.0186:	1.15:	0.78
4.0:36.2:	100:		870.83:	839.51:	643.82:	618.69:	60.413:	59.234:	-0.11:	-0.16
Drift:++++++			0.0032:	0.0005:	0.0016:	0.0033:	0.0078:	0.0018:	0.34:	1.42
6.3:36.2:	100:		863.87:	848.72:	638.34:	626.24:	59.995:	59.830:	-0.11:	-0.16
Drift:++++++			0.0062:	0.0010:	0.0014:	0.0031:	0.0273:	0.0169:	1.74:	0.45
10.0:36.2:	100:		861.01:	852.29:	635.85:	629.22:	59.718:	60.002:	-0.12:	-0.17
Drift:++++++			0.0012:	0.0022:	0.0012:	0.0023:	0.0168:	0.0065:	0.92:	0.65
15.8:36.2:	100:		867.59:	844.29:	640.53:	623.69:	60.195:	59.545:	-0.09:	-0.15
Drift:++++++			0.0062:	0.0002:	0.0036:	0.0006:	0.0130:	0.0074:	0.55:	0.78
25.1:36.2:	100:		882.45:	826.72:	651.27:	611.26:	61.145:	58.482:	-0.11:	-0.17
Drift:++++++			0.0103:	0.0096:	0.0086:	0.0041:	0.0108:	0.0050:	1.84:	0.43
39.8:36.2:	100:		845.81:	857.41:	624.16:	634.51:	58.467:	60.885:	-0.11:	-0.19
Drift:++++++			0.0022:	0.0029:	0.0009:	0.0025:	0.0110:	0.0068:	0.57:	0.62
63.1:36.2:	100:		836.96:	862.95:	617.32:	639.42:	57.720:	61.696:	-0.06:	-0.17
Drift:++++++			0.0075:	0.0056:	0.0018:	0.0012:	0.0141:	0.0037:	1.57:	1.39
100.0:36.2:	100:		844.41:	848.30:	623.25:	629.26:	58.227:	61.179:	-0.07:	-0.22
Drift:++++++			0.0062:	0.0024:	0.0044:	0.0022:	0.0045:	0.0158:	3.50:	3.65
158.36.2:	100:		784.53:	773.83:	580.41:	576.00:	54.337:	56.677:	-0.02:	-0.16
Drift:++++++			0.0503:	0.0318:	0.0463:	0.0317:	0.0027:	0.0178:	22.80:	0.57
251.36.2:	100:		771.35:	782.76:	570.05:	582.30:	53.435:	57.940:	0.02:	-0.20
Drift:++++++			0.0091:	0.0003:	0.0073:	0.0146:	0.0023:	0.0016:	3.21:	0.29
398.36.2:	100:		763.03:	776.67:	564.45:	578.51:	53.177:	58.386:	0.09:	-0.26
Drift:++++++			0.0035:	0.0070:	0.0013:	0.0107:	0.0177:	0.0014:	4.38:	0.76
631.36.2:	100:		775.66:	744.37:	574.77:	554.97:	54.738:	56.946:	0.17:	-0.37
Drift:++++++			0.0160:	0.0086:	0.0074:	0.0024:	0.0092:	0.0020:	0.26:	0.68
1000.36.2:	100:		753.79:	744.63:	559.02:	555.81:	53.775:	57.817:	0.33:	-0.52
Drift:++++++			0.0002:	0.0034:	0.0051:	0.0006:	0.0131:	0.0085:	0.27:	0.12
1585.36.2:	100:		743.22:	732.66:	551.74:	547.40:	53.768:	57.691:	0.53:	-0.75
Drift:++++++			0.0017:	0.0015:	0.0055:	0.0029:	0.0955:	0.0433:	5.72:	1.00
2512.36.2:	100:		720.39:	729.32:	535.33:	545.29:	52.983:	58.113:	0.89:	-1.07
Drift:++++++			0.0188:	0.0122:	0.0003:	0.0010:	0.0801:	0.0635:	4.18:	2.57
3981.36.2:	100:		710.88:	706.51:	529.01:	528.55:	53.447:	56.941:	1.42:	-1.59
Drift:++++++			0.0020:	0.0078:	0.0091:	0.0030:	0.0017:	0.0250:	0.33:	0.30
6310.36.2:	100:		685.01:	691.51:	510.32:	517.73:	52.777:	56.100:	2.20:	-2.38
Drift:++++++			0.0021:	0.0088:	0.0010:	0.0024:	0.0054:	0.0400:	0.22:	0.33
10000.36.2:	100:		648.74:	659.99:	483.94:	494.53:	51.781:	53.730:	3.49:	-3.42
Drift:++++++			0.0228:	0.0165:	0.0103:	0.0249:	0.0792:	0.0196:	0.30:	0.45

Abb. A2.1 Typisches Meßprotokoll einer Impedanzmessung (siehe auch Text).

In Abb. A2.2 ist die unmittelbar aus dem Meßprotokoll resultierende Ergebnistabelle dargestellt. Sie beinhaltet neben den Impedanzwerten bereits auch eine Umrechnung in die entsprechenden Größen eines äquivalenten Parallelersatzschaltkreises.

SW 850 Hirn 1, Messung

Meßergebnistabelle :

Frequenz Hertz	Bet Ohm	Phase Grad	R Ohm	C nF	Spez. Dielektr.- Leitf. zahl
1.0:371.9:	-0.072:371.9:	535.08:	2.380:	54E+05	
1.6:372.8:	-0.174:372.8:	819.78:	2.374:	82E+05	
2.5:373.3:	-0.195:373.3:	578.21:	2.371:	58E+05	
4.0:373.5:	-0.253:373.5:	473.48:	2.370:	47E+05	
6.3:373.1:	-0.338:373.1:	398.57:	2.372:	40E+05	
10.0:373.5:	-0.426:373.5:	316.63:	2.369:	32E+05	
15.8:373.1:	-0.542:373.2:	254.50:	2.372:	25E+05	
25.1:372.6:	-0.775:372.6:	229.86:	2.375:	23E+05	
39.8:371.4:	-1.034:371.5:	194.24:	2.382:	19E+05	
63.1:370.2:	-1.448:370.3:	172.17:	2.390:	17E+05	
100.0:367.7:	-1.761:367.8:	133.06:	2.406:	13E+05	
158:361.5:	-2.173:361.7:	105.34:	2.447:	11E+05	
251:359.8:	-2.543:360.2:	78.12:	2.457:	78E+04	
398:354.6:	-2.911:355.1:	57.25:	2.492:	57E+04	
631:348.9:	-3.097:349.4:	39.06:	2.533:	39E+04	
1000:342.9:	-3.391:343.5:	27.46:	2.576:	27E+04	
1585:337.0:	-3.611:337.7:	18.77:	2.621:	19E+04	
2512:331.0:	-3.807:331.7:	12.71:	2.668:	13E+04	
3981:324.9:	-3.992:325.7:	8.56:	2.717:	86E+03	
6310:318.7:	-4.297:319.6:	5.93:	2.769:	59E+03	
10000:312.1:	-4.687:313.2:	4.17:	2.826:	42E+03	

Abb. A2.2 Meßergebnistabelle

3. Einfaches Modell für die Magnetfeldabhängigkeit der Induktionsstromdichte im menschlichen Körper

Für die Abschätzung der Induktionsstromdichte wird folgende einfache Anordnung betrachtet:

Ein Ring mit Radius $r = 13 \text{ cm}$ (Näherung für den Thorax!) der isotropen spezifischen Leitfähigkeit $\sigma = 0.7 \text{ S/m}$ (Blut) wird senkrecht in einem homogenen Magnetfeld der Flußdichte $\underline{B}$ postiert.

Nach dem Faraday'schen Induktionsgesetz gilt:

$$\nabla \times \underline{E} = - \partial/\partial t \underline{B} \quad (\text{A3.1})$$

mit $\underline{E}$: induzierte elektrische Feldstärke.

Die einfache Anordnung erlaubt es, alle Vektoren durch Skalare zu ersetzen.

Flächenintegration und Gauß'scher Satz liefern:

$$\int \underline{E} \, d\mathbf{r} = - \partial/\partial t \int \underline{B} \, d\mathbf{F} \quad (\text{A3.2})$$

$\int \underline{E} \, d\mathbf{r}$: Linienintegral längs des Rings

$\int \underline{B} \, d\mathbf{F}$: Flächenintegral über die Ringfläche

$$2\pi r E = - \partial/\partial t \pi r^2 B. \quad (\text{A3.3})$$

Für ein sinusförmiges Magnetfeld der Frequenz f

$$B = B_0 \sin \omega t \quad (\text{A3.4})$$

$\omega = 2\pi f$: Kreisfrequenz

gilt:

$$E = \omega/2 \, r B_0 \cos \omega t \quad (\text{A3.5})$$

$$= E_0 \cos \omega t.$$

$j = \sigma E = j_0 \cos \omega t$ ergibt somit

$$j_0 = \sigma \omega/2 \, r B_0.$$

Bei einer Frequenz $f = 50 \text{ Hz}$ ergibt unser Beispiel:

$$j = (14.3 \text{ A/(Tm}^2)) B_0.$$

Nach Bernhardt /Bernhardt 1983/ gilt als kritische Stromdichte für das Auslösen von Herzkammerflimmern:

$$j_{\text{krit}} = 1 \text{ A/m}^2 \quad (\text{A3.6})$$

somit

$$B_{\text{krit}} = 70 \text{ mT} (= 700 \text{ Gauß}). \quad (\text{A3.7})$$

Bei der Erörterung dieses Wertes sollte aber nicht vergessen werden, daß er aus einer Reihe grober Vereinfachungen resultiert. Diese Abschätzung ordnet beispielsweise das Herz am Rande des Thorax an, wobei es zusätzlich an ein ringförmig an der Thoraxoberfläche verlaufendes Blutgefäß angeschlossen ist. Deshalb wird für genauere Abschätzungen solcher kritischer Feldstärken auf geeignete Blockmodellrechnungen verwiesen, wie sie bei Silny /Silny 1984/ durchgeführt werden.

4. Beispiele für technische und medizinisch genutzte Magnetfelder niedriger Frequenzen

4.1 Induktionsöfen

Induktionsöfen werden zur induktiven Erwärmung von Werkstücken in der industriellen Fertigung benutzt. Mittels eines Magnetfeldgenerators und einer spulenartigen Anordnung (diese kann im Extremfall in einen langgestreckten Draht ausarten) wird das Werkstück durch die Joule'sche Wärme des induzierten Wirbelstroms aufgeheizt. Je nach gewünschter Stromeindringtiefe und der Leitfähigkeit des Werkstücks werden Frequenzen zwischen 50 Hz und 10 MHz angewandt /RWE 1980/. Die Feldstärken am Ort des Werkstücks liegen zwischen $B_{\text{eff}} = 0.1 \text{ T}$ bei Niederfrequenz und $B_{\text{eff}} \leq 1 \text{ mT}$ bei Hochfrequenz /Reinke 1982/, jeweils für $\mu_r = 1$ (μ_r : Permeabilitätszahl).

4.2 Elektroschweißen

Beim industriellen Elektroschweißen werden heute Stromstärken bis etwa 400 A verwendet. Das Magnetfeld einer solchen Anordnung läßt sich über das Magnetfeld eines langgestreckten stromdurchflossenen Leiters abschätzen. Dieser fällt mit dem reziproken Abstand von dem Leiter ab und beträgt z.B. bei $r = 10 \text{ cm}$, $I = 400 \text{ A}$ und $\mu_r = 1$ etwa 1 mT.

4.3 Hochspannungsleitungen

Befindet man sich unter einer 15 m hohen dreiadrigen 765 kV Hochspannungsleitung mit einem Strom von rund 2000 A pro Leitung, so ergibt sich am Erdboden betragsmäßig ein Magnetfeld von etwa 0.03 mT /Bridges 1981/.

4.4 Kernspintomographie

Zur Bilderzeugung in der Kernspintomographie wird der Patient drei Arten von elektromagnetischen Feldern ausgesetzt:

1. Statisches Magnetfeld

2. Veränderliches Gradientenfeld

3. Hochfrequenzfeld.

Für die Betrachtung induzierter Wirbelströme kommt nur Punkt 1 und 2 in Frage. Das statische Magnetfeld beträgt zwischen 0.5 und 1.5 T und induziert einen Wirbelstrom, falls man sich in diesem statischen Feld bewegt. Die Gradientenfelder liegen bei etwa 10 mT/m und werden mit Schaltzeiten der Größenordnung 5-10 ms ein- bzw. ausgeschaltet.

4.5 Magnetfeldtherapie

In der Orthopädie werden zu Therapiezwecken (Knochenbruchheilung) magnetische Wechselfelder appliziert. Es werden Frequenzen zwischen 1 Hz und 100 Hz benutzt, die leistungsfähigsten Geräte erbringen eine Feldstärke von $B_{\text{eff}} = 10 \text{ mT}$ /Schelter 1982/. Die medizinische Heilwirkung dieser Felder ist unter Orthopäden umstritten.

5. Vergleich verschiedener Relaxationsfunktionen

5.1 Die Debye-Gleichung

Für die dielektrische Verschiebung $\underline{D}$ in isotropen, linearen Dielektrika gilt :

$$\underline{D} = \epsilon \underline{E} \quad (\text{A5.1})$$

mit $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$

ϵ : Dielektrizitätskonstante (Permittivität)

ϵ_0 : Elektr. Feldkonstante

ϵ_r : Dielektrizitätszahl (Permittivitätszahl).

O.B.d.A. werden im Folgenden die Vektorstriche der Vektoren $\underline{P}$, $\underline{D}$ und $\underline{E}$ weggelassen!

Nach genügend langer Einwirkzeit (statischer Fall) des elektrischen Feldes E ergibt sich in dem Medium eine Gleichgewichtspolarisation P_g .

$$P_g = D - \epsilon_0 E = \epsilon_0 E (\epsilon_s - 1) \quad (\text{A5.2})$$

mit ϵ_s : Dielektrizitätszahl für ein statisches Feld.

Für die Beschreibung von Relaxationsprozessen interessiert der zeitliche Verlauf der Polarisation $P(t)$ nach "Einschalten" des elektrischen Feldes.

Mit der einfachen und (wie sich gezeigt hat) sinnvollen Annahme, daß die zeitliche Ableitung der Polarisation direkt proportional der Differenz aus momentarer Polarisation $P(t)$ und Gleichgewichtspolarisation P_g ist, ergibt sich mit der Konstanten τ folgender Ansatz :

$$\tau \frac{\partial}{\partial t} P(t) = P_g - P(t). \quad (\text{A5.3})$$

Jetzt teilt man den Polarisationsprozess in einen statischen "dipolaren" Anteil P_d und einen durch Resonanz gekennzeichneten optischen Anteil P_∞ auf :

$$P(t) = P_d(t) + P_\infty(t) \quad (\text{A5.4})$$

mit den entsprechenden Gleichgewichtspolarisationen

$$P_{\infty g} = \epsilon_0 E (\epsilon_\infty - 1) \quad (\text{A5.5})$$

$$P_{dg} = \epsilon_0 E (\epsilon_s - \epsilon_\infty). \quad (\text{A5.6})$$

Im Weiteren betrachtet man nur noch die "langsamen" (Zeit t nach

"Einschalten" des elektrischen Feldes $\geq 10^{-11}$ s, d.h. die atomare und elektronische Polarisation befindet sich bereits im Gleichgewicht) Relaxationsprozesse.

In einem periodischen elektrischen Feld $E^* = E_0 e^{i\omega t}$ gilt:

$$\tau \frac{\partial}{\partial t} P_d^*(t) + P_d^*(t) = \epsilon_0 (\epsilon_s - \epsilon_\infty) E_0 e^{i\omega t}. \quad (A5.7)$$

Die Lösung dieser inhomogenen Differentialgleichung besteht aus der Lösungsmannigfalt der homogenen Differentialgleichung plus einer speziellen Lösung der inhomogenen. Für diesen Fall ergibt sich als Lösung :

$$P_d^*(t) = k e^{-t/\tau} + \epsilon_0 E_0 e^{i\omega t} (\epsilon_s - \epsilon_\infty) / (1 + i\omega\tau). \quad (A5.8)$$

Für große Zeiten t (d.h. lange Zeit nach dem Einschalten des Wechselfeldes) kann man den linken Term der rechten Seite von A5.8 vernachlässigen und analog zu A5.6 eine frequenzabhängige komplexe Dielektrizitätszahl $\epsilon^*(\omega)$ definieren :

$$P_d^*(\omega, t) = \epsilon_0 E^*(\omega) (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \quad (A5.9)$$

$$\text{mit} \quad \epsilon^* = \epsilon_\infty + (\epsilon_s - \epsilon_\infty) / (1 + i\omega\tau). \quad (A5.10)$$

Definiert man $\epsilon^* = \epsilon' - i\epsilon''$, so gilt für Realteil ϵ' und Imaginärteil ϵ'' :

$$\epsilon' = \epsilon_\infty + (\epsilon_s - \epsilon_\infty) / (1 + (\omega\tau)^2) \quad (A5.11)$$

$$\epsilon'' = (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \omega\tau / (1 + (\omega\tau)^2). \quad (A5.12)$$

Gln. A5.10 bezeichnet man als die Debye-Gleichung für einen Relaxationsprozess mit einer Relaxationszeit.

Gln A5.11 und A5.12 lassen sich durch Einsetzen in die Form einer Kreisdarstellung $\epsilon' = f(\epsilon'')$ bringen :

$$(\epsilon' - (\epsilon_s + \epsilon_\infty)/2)^2 + (\epsilon'')^2 = ((\epsilon_s - \epsilon_\infty)/2)^2. \quad (A5.13)$$

Diese Darstellung bezeichnet man als Cole-Cole-Kreis.

In Abb. A5.2, Abb. A5.4 und Abb. A5.6 sind $\epsilon'(\omega)$, $\sigma = \epsilon_0 \epsilon''(\omega)$ und der Cole-Cole-Kreis dargestellt.

5.1.1 Eigenschaften der Debye-Gleichung

$\epsilon'(\ln\omega)$ verläuft antisymmetrisch bezüglich $\ln\omega_0=1/\tau$, $\epsilon''(\ln\omega)$ symmetrisch bezüglich $\ln\omega_0$. Für $\omega \rightarrow 0$ geht $\epsilon' \rightarrow \epsilon_s + \epsilon_\infty$, $\epsilon'' \rightarrow 0$. Für $\omega \rightarrow \infty$ geht $\epsilon' \rightarrow \epsilon_\infty$, ϵ'' geht für $\omega \rightarrow \infty$ proportional zu ω^{-1} gegen 0.

Die Cole-Cole-Darstellung zeigt einen Halbkreis mit dem Mittelpunkt $((\epsilon_s + \epsilon_\infty)/2, 0)$ und Radius $(\epsilon_s - \epsilon_\infty)/2$.

Die logarithmische Verteilungsfunktion der Relaxationszeit $G(\ln\omega\tau)$ hat die Form einer δ -Funktion :

$$G(\ln\omega\tau) = \delta(\ln\omega\tau - \ln\omega_0\tau). \quad (A5.14)$$

Die entsprechenden Graphen sind in Abb. A5.1, A5.2, A5.4 und A5.6 dargestellt.

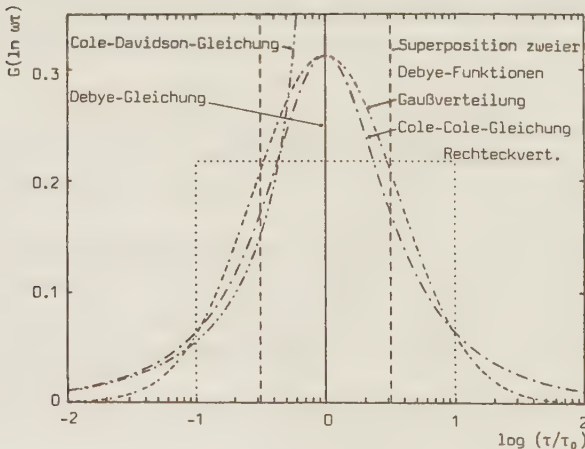


Abb. A5.1 Verteilungsfunktion für verschiedene Relaxationszeitenverteilungen (siehe Text).

5.2 Andere Relaxationsfunktionen

Um zu weiteren Relaxationsfunktionen zu gelangen, gibt es zwei Vorgehensweisen:

1. Ausgehend von Gl. A5.10 kann man durch Einführung eines oder mehrerer Parameter mehr oder minder empirisch zu wei-

teren Relaxationsfunktionen gelangen. Dieser Weg führt auch immer zu einem geschlossenen Ausdruck für die Verteilungsfunktion der Relaxationszeiten /Böttcher 1978/. Eine Auswahl und Vergleich einiger solcher Funktionen findet sich in Kap. 5.3.

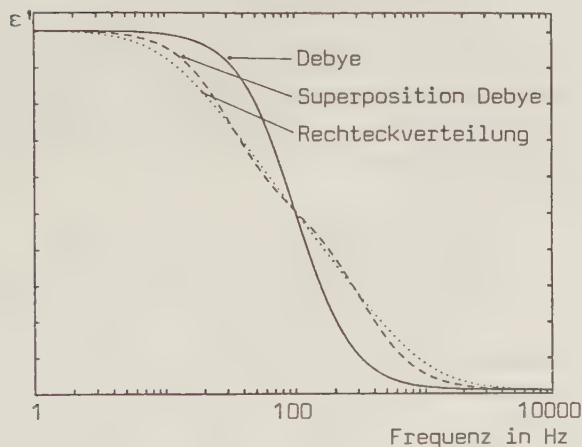


Abb. A5.2 Realteil ϵ' der Dielektrizitätszahl als Funktion der Frequenz für verschiedene Relaxationszeitenverteilungen (siehe Text).

2. Ausgehend von einer Verteilungsfunktion für die Relaxationszeiten wird versucht ein geschlossener Ausdruck für die Relaxationsfunktion ϵ^* zu erhalten. Dieser Weg führt nur in wenigen Spezialfällen zu einem geschlossenen Ausdruck für ϵ^* . Einige dieser Funktionen sind in Kap. 5.4 beschrieben.

5.3 Aus der Debye-Gleichung abgeleitete Relaxationsfunktionen

5.3.1 Cole-Cole-Gleichung

Ausgehend von der Debye-Gleichung wird von Cole /Cole 1941/ folgende Relaxationsfunktion vorgeschlagen :

$$\epsilon^* = \epsilon_\infty + (\epsilon_s - \epsilon_\infty) / (1 + (i\omega\tau_o)^{1-\alpha}) \quad (A5.15)$$

mit $0 \leq \alpha < 1$

τ_o : kritische Relaxationszeit = Relaxationszeit, für die die Relaxationszeitenverteilung maximal ist.

Unter verwendung der Identität $i = e^{i\pi/2}$ läßt sich Gln.A.15 in Real- und Imaginärteil aufspalten :

$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_\infty + (\epsilon_s - \epsilon_\infty) / 2 \cdot (1 - \sinh(1-\alpha) \ln(\omega\tau_o)) / NCC \quad (A5.16)$$

$$\epsilon''(\omega) = (\epsilon_s - \epsilon_\infty) / 2 \cdot \sin(\alpha\pi/2) / NCC \quad (A5.17)$$

mit $NCC := \cosh(1-\alpha) \ln(\omega\tau_o) + \sin(\alpha\pi/2)$.

Für die Relaxationszeitenverteilung ergibt sich :

$$G(\ln\omega\tau) = 1/(2\pi) \cdot \sin(\alpha\pi) / (\cosh(1-\alpha) \ln(\tau_o/\tau) - \cos(\alpha\pi)) \quad (A5.18)$$

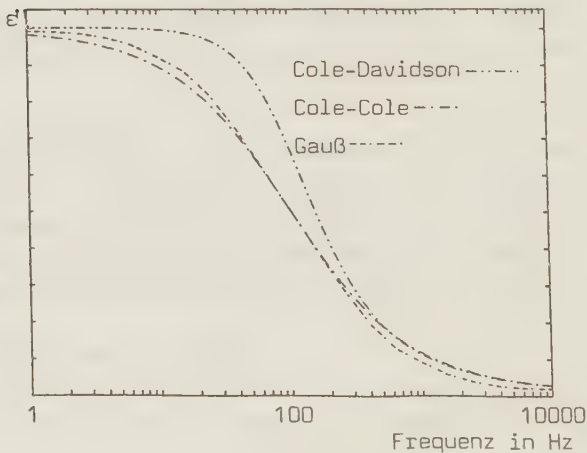


Abb. A5.3 Realteil ϵ' der Dielektrizitätszahl als Funktion der Frequenz für verschiedene Relaxationszeitenverteilungen (siehe Text).

5.3.1.1 Eigenschaften der Cole-Cole-Gleichung

Die Cole-Cole-Gleichung hat dasselbe asymptotische Verhalten und dieselben Symmetrieeigenschaften wie die Debye-Gleichung (s.Kap.5.1.1), abgesehen von $\epsilon''(\omega \rightarrow \infty)$, welches für $\omega \rightarrow \infty$ proportional $\omega^{\alpha-1}$ gegen 0 geht.

Die Cole-Cole-Kreisdarstellung $\epsilon''=f(\epsilon')$ führt bei der Cole-Cole-Gleichung zu einem Kreissegment eines Kreises mit Mittelpunkt $((\epsilon_s + \epsilon_\infty)/2, (\epsilon_s - \epsilon_\infty)/2 \cdot \tan(\alpha\pi/2))$ und Radius $(\epsilon_s - \epsilon_\infty)/(2\cos(\alpha\pi/2))$.

Die Verteilungsfunktion verläuft symmetrisch zu $\ln \omega_0$.

Die entsprechenden Graphen für $\alpha=0.3$ sind in Abb. A5.1, A5.3, A5.5 und A5.7 dargestellt.

Für $\alpha \rightarrow 0$ geht die Cole-Cole-Gleichung in die Debye-Gleichung über.

Spezifische Leitfähigkeit in willk. Einheiten

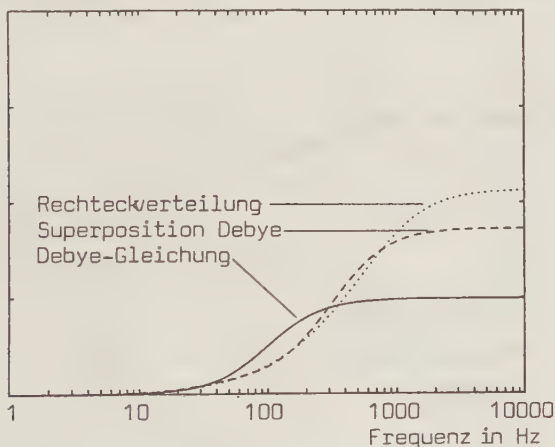


Abb. A5.4 Spezifische Leitfähigkeit als Funktion der Frequenz für verschiedene Relaxationszeitenverteilungen (siehe Text).

5.3.2 Cole-Davidson-Gleichung

Bei Davidson /Davidson 1950/ wird ausgehend von der Debye-Gleichung der ganze Nenner von Gln. A5.10 mit dem Exponenten β verziert:

$$\epsilon^* = \epsilon_\infty + (\epsilon_s - \epsilon_\infty) / (1 + i\omega\tau_0)^\beta \quad (\text{A5.19})$$

mit $0 < \beta \leq 1$.

Die Gleichung läßt sich wieder in Real- und Imaginärteil aufspalten:

$$\epsilon' = \epsilon_\infty + (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \cdot (\cos ACD)^\beta \cdot \cos(ACD \cdot \beta) \quad (\text{A5.20})$$

$$\epsilon'' = (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \cdot (\cos ACD)^\beta \cdot \sin(ACD \cdot \beta) \quad (\text{A5.21})$$

mit $ACD = \arctan(\omega\tau_0)$.

Für die Relaxationszeitenverteilung ergibt sich:

$$G(\ln\omega\tau) = 1/\pi \cdot (\tau/(\tau_0 - \tau))^\beta \cdot \sin(\pi\beta) \quad \text{für } \tau < \tau_0 \quad (\text{A5.22})$$

$$G(\ln\omega\tau) = 0 \quad \text{für } \tau > \tau_0 \quad (\text{A5.23})$$

Spezifische Leitfähigkeit in willk. Einheiten

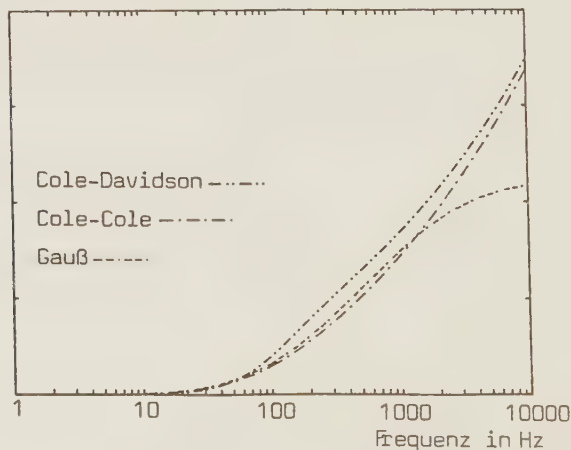


Abb. A5.5 Spezifische Leitfähigkeit als Funktion der Frequenz für verschiedene Relaxationszeitenverteilungen (siehe Text).

5.3.2.1 Eigenschaften der Cole-Davidson-Gleichung

Die Cole-Davidson-Gleichung hat für Niederfrequenz dasselbe asymptotische Verhalten wie die Debye-Gleichung, für Hochfrequenz folgt dasselbe asymptotische Verhalten wie bei eine Cole-Cole-Gleichung mit $\alpha=1-\beta$. Sowohl Real- wie Imaginärteil der Dielektrizitätszahl weisen keine Symmetrieachse in der Darstellung $\epsilon''=\epsilon''(\ln\omega)$ auf.

Die Cole-Cole-Kreisdarstellung führt zu einem "gedrückten" Kreisbogen, der die Abszisse auf der niederfrequenten Seite senkrecht, auf der hochfrequenten Seite unter dem Winkel $\beta\pi/2$ schneidet.

Für $\beta=1$ geht die Cole-Davidson-Gleichung in die Debye-Gleichung über.

Die entsprechenden Graphen für $\beta=0.7$ sind in Abb. A5.1, A5.3 , A5.5 und A5.7 dargestellt.

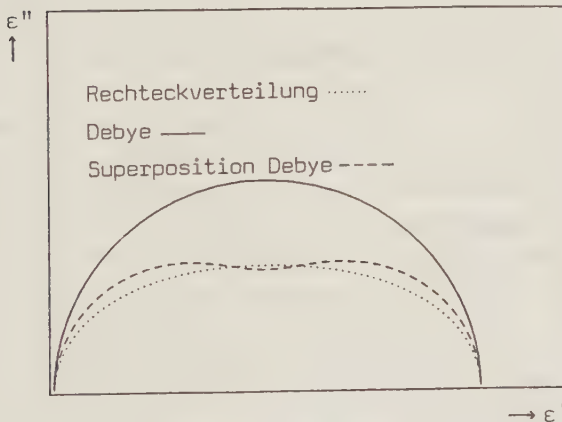


Abb. A5.6 Cole-Cole-Darstellung $\epsilon''=f(\epsilon')$ für verschiedene Relaxationszeitenverteilungen (siehe Text).

5.3.3 Überlagerung zweier Debye-Gleichung

Betrachtet man die Superposition zweier Debye-Funktionen mit den Relaxationszeiten τ und $\lambda\tau$, so ergeben sich folgende Ausdrücke für Real- und Imaginärteil der Dielektrizitätszahl:

$$\epsilon' = \epsilon_{\infty} + (\epsilon_S - \epsilon_{\infty}) / 2 \cdot \{1 / (1 + (\omega\tau)^2) + 1 / (1 + (\omega\lambda\tau)^2)\} \quad (A5.24)$$

$$\epsilon'' = (\epsilon_S - \epsilon_{\infty}) / 2 \cdot \omega\tau \{1 / (1 + (\omega\tau)^2) + \lambda / (1 + (\omega\lambda\tau)^2)\}. \quad (A5.25)$$

Die asymptotischen Eigenschaften und die Symmetrieeigenschaften dieser Überlagerung gleichen der einfachen Debye-Gleichung. Der Symmetriepunkt liegt bei $\omega_0 = (1 + \lambda) / (2\lambda\tau)$.

Die Cole-Cole-Kreisdarstellung liefert eine Sattelkurve.

Die entsprechenden Graphen sind in Abb. A5.1, A5.2, A5.4 und A5.6 dargestellt.

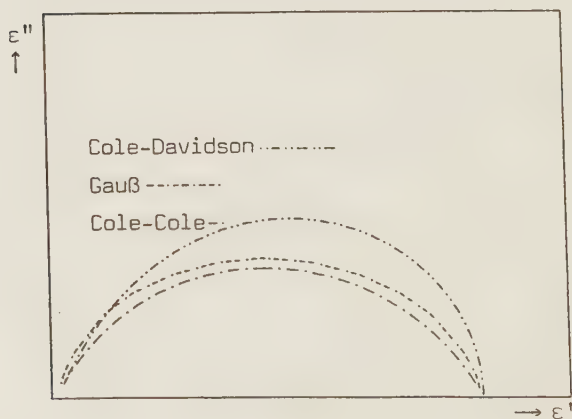


Abb. A5.7 Cole-Cole-Darstellung $\epsilon'' = f(\epsilon')$ für verschiedene Relaxationszeitenverteilungen (siehe Text).

5.4 Relaxationsfunktionen, die sich aus einer vorgegebenen Relaxationszeitenverteilung ableiten

5.4.1 Rechteckverteilung für die Relaxationszeiten

Ausgehend von einer kontinuierlichen konstanten Relaxationszeitenverteilung der Form:

$$\begin{aligned} G(\ln \omega \tau) &= 1/\ln(\tau_1/\tau_2) \text{ für } \tau_2 < \tau < \tau_1 \\ G(\ln \omega \tau) &= 0 \text{ sonst} \end{aligned} \quad (\text{A5.26})$$

leitete Fröhlich /Fröhlich 1949/ folgende Dielektrizitätszahl ab:

$$\epsilon^*(\omega) = \epsilon_\infty + (\epsilon_s - \epsilon_\infty) / \ln(\tau_1/\tau_2) \cdot \ln\{(\tau_1(1+i\omega\tau_2))/(\tau_2(1+i\omega\tau_1))\}. \quad (\text{A5.27})$$

Real- und Imaginärteil lauten:

$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_\infty + (\epsilon_s - \epsilon_\infty) / \ln(\tau_1/\tau_2) \cdot \ln\{(\tau_1 \sqrt{1+(\omega\tau_2)^2})/(\tau_2 \sqrt{1+(\omega\tau_1)^2})\} \quad (\text{A5.28})$$

$$\epsilon''(\omega) = (\epsilon_s - \epsilon_\infty) / \ln(\tau_1/\tau_2) \cdot (\arctan(\omega\tau_1) - \arctan(\omega\tau_2)). \quad (\text{A5.29})$$

5.4.1.1 Eigenschaften der Rechteckverteilung

Die asymptotischen Eigenschaften dieser Funktion gleichen der diskreten Überlagerung von Debye-Funktionen (vgl. Anh.Kap. 5.3.3).

Die Cole-Cole-Kreisdarstellung führt zu einem flachgedrückten Bogen, der die Abszisse auf beiden Seiten senkrecht schneidet.

Die entsprechenden Graphen sind in Abb. A5.1, A5.2, A5.4 und A5.6 dargestellt.

5.4.2 Gaußverteilung für die Relaxationszeiten

Ausgehend von einer Gaußverteilung für die Relaxationszeiten /Wagner 1913/

$$G(\ln \omega \tau) = a/\sqrt{\pi} \cdot e^{-a^2 \{\ln(\tau/\tau_0)\}^2} \quad (\text{A5.30})$$

leiten sich Real- und Imaginärteil der Dielektrizitätszahl wie folgt ab :

$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_{\infty} + (\epsilon_s - \epsilon_{\infty}) a / \sqrt{\pi} \int_0^{\infty} e^{-a^2 \{\ln(\tau/\tau_0)\}^2} / \{\tau(1 + \omega^2 \tau^2)\} d\tau \quad (A5.31)$$

$$\epsilon''(\omega) = (\epsilon_s - \epsilon_{\infty}) a / \sqrt{\pi} \int_0^{\infty} e^{-a^2 \{\ln(\tau/\tau_0)\}^2} / (1 + \omega^2 \tau^2) \omega d\tau \quad (A5.32)$$

5.4.2.1 Eigenschaften der Gaußverteilung

Die Relaxationszeitenverteilung der Gaußverteilung ähnelt der der Cole-Cole-Gleichung. Es fällt auf, daß die Gaußverteilung asymptotisch schneller nach Null geht als die Cole-Cole-Gleichung. In der ϵ' -Darstellung ergeben sich keine nennenswerten Unterschiede zwischen diesen Funktionen. Auch die Cole-Cole-Kreise beider Funktionen ähneln sich bis auf die Schnittwinkel mit der Abszisse: Im Gegensatz zur Cole-Cole-Gleichung schneidet die Kreisdarstellung der Gaußverteilung die Abszisse senkrecht. Der markanteste Unterschied ergibt sich aber in der Leitfähigkeitsdarstellung:

Während die Cole-Cole-Gleichung in dieser Auftragung für steigende Frequenzen gegen unendlich strebt, hat die aus der Gaußverteilung resultierende spezifische Leitfähigkeit eine waagrechte Asymptote für hohe Frequenzen.

Die entsprechenden Graphen sind in Abb. A5.1, A5.2, A5.4 und A5.6 dargestellt.

6. Elektrisches Ersatzschaltbild für die Debye-Relaxation mit Gleichstromleitfähigkeit

Sucht man nach einem Ersatzschaltbild aus Kondensatoren und Widerständen für eine Anordnung, die sich äquivalent einem Medium mit einer Debye-Relaxation verhält, so bietet sich die in Abb. A6.1 gezeigte Anordnung an.

Um zu der in Kap. 5.1 des Anhangs gezeigten Darstellung der Debye-Relaxation zu gelangen, bestimmt man die Parallelkapazität C' und den Parallelwiderstand R' eines dieser Anordnung äquivalenten Paralleler-satzschaltbildes. Es gilt:

$$C' = C_2 + C_1/(1+(\omega\tau)^2) \quad (A6.1)$$

$$1/R' = 1/R_2 + 1/R_1 \cdot (\omega\tau)^2/(1+(\omega\tau)^2) \quad (A6.2)$$

mit: $\tau = R_1 C_1$.

Aus dem Vergleich mit den Gleichungen A5.11 und A5.12 ergeben sich folgende Umrechnungen :

$$C_1 = (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \epsilon_0 A/d \quad (A6.3)$$

$$C_2 = \epsilon_\infty \epsilon_0 A/d \quad (A6.4)$$

$$R_1 = \tau/C_1 \quad (A6.5)$$

Der Widerstand R_2 steht unabhängig von der Debye-Relaxation für eine nichtverschwindende Gleichstromleitfähigkeit dieser Anordnung.

In Abb. A6.1 ist die dem Realteil der Dielektrizitätszahl proportionale Größe C' gegen die Frequenz aufgetragen. Abb. A6.2 zeigt die der spezifischen Leitfähigkeit proportionale Größe $1/R'$ als Funktion der Frequenz.

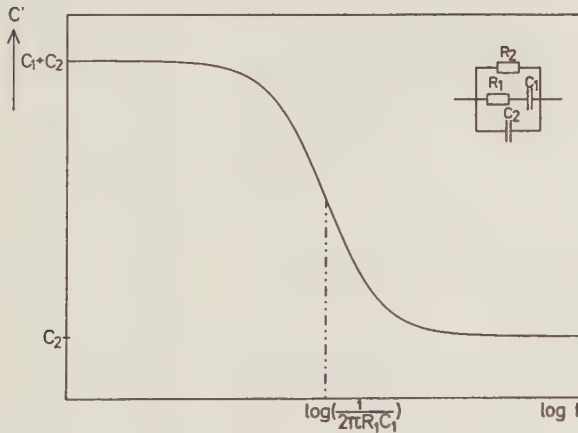


Abb. A6.1 Parallelkapazität C' als Funktion der Frequenz (siehe Text)

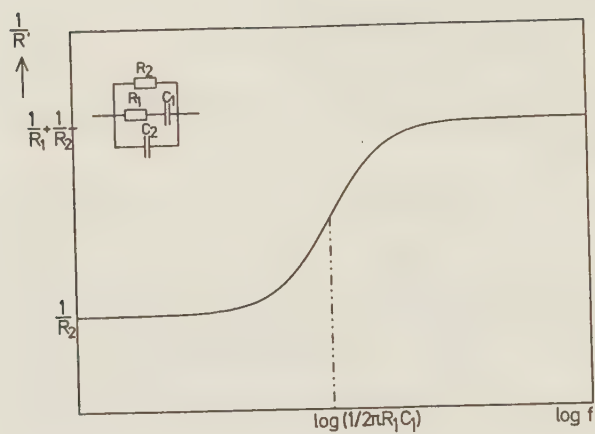


Abb. A6.2 Parallellleitwert $1/R'$ als Funktion der Frequenz (siehe Text)

7. Tabelle der verwendeten Symbole

Symbol	Einheits- zeichen	Name	Bezeichnung	Umrechnung in alte Einheiten
A	m^2		Fläche	
B	T	Tesla	Magnetische Flußdichte	$1 \text{ T} = 10^4 \text{ Gauß}$
C_e	F	Farad	Eingangskapazität	
C_g	F	Farad	Gewebekapazität	
C_p	F	Farad	Polarisationskapazität	
C_s	F	Farad	Sondenkapazität	
D	V/m		Elektrische Verschiebung	
E	V/m		Elektrische Feldstärke	
G			Verteilungsfunktion der Relaxationszeiten	
H	A/m		Magnetische Feldstärke	
I	A	Ampere	Elektrische Stromstärke	
I_p	A	Ampere	Platinierungsstrom	
P	C/m^2		Elektrische Polarisisation	
P_d	C/m^2		Dipolpolarisation	
P_g	C/m^2		Gleichgewichtspolarisation	
P	C/m^2		Atomare und elektronische Polarisisation	
R	Ω	Ohm	Elektrischer Widerstand	
R_e	Ω	Ohm	Eingangswiderstand	
R_g	Ω	Ohm	Gewebewiderstand	
R_p	Ω	Ohm	Polarisationswiderstand	
R_s	Ω	Ohm	Sondenwiderstand	
R_u	Ω	Ohm	Eingangswiderstand Impedanzwandler	
U	V	Volt	Spannung	
U_r	V	Volt	Spannungsabfall am Widerstand R	
U_1	V	Volt	Spannung der Sondenelektrode 1	
U_2	V	Volt	Spannung der Sondenelektrode 2	
U_o	V	Volt	Offsetspannung des Stromamplitudenkonstanters	
U^*	V	Volt	Komplexe Spannung	
U_c	V	Volt	Realteil von U^*	
U_s	V	Volt	Imaginärteil von U^*	

Symbol	Einheits- zeichen	Name	Bezeichnung	Umrechnung in alte Einheiten
T	K	Kelvin	Temperatur	
Y	S	Siemens	Leitwert	
Z	Ω	Ohm	Impedanz	
d	m	Meter	Abstand	
$\int dr$	m	Meter	Wegintegral	
$\int dF$	m^2		Flächenintegral	
f	Hz	Hertz	Frequenz	
f_o	Hz	Hertz	kritische Frequenz	
j	A/m^2		Stromdichte	
k			Konstante	
m	$^\circ s$		Steigung der γ - ω -Auftragung	
r	m	Meter	Radius	
t	s	Sekunde	Zeit	
α	dimensionslos		Parameter der Cole-Cole-Gleichung	
β	dimensionslos		Parameter der Cole-Davidson-Gleichung	
γ	$^\circ$	Grad	Phasenwinkel der Gewebeimpedanz	
δ	$^\circ$	Grad	Verlustwinkel	
ϵ	F/m		Dielektrizitätskonstante	
ϵ_o	F/m		Elektrische Feldkonstante	
ϵ_r	dimensionslos		Dielektrizitätszahl	
ϵ_{∞}	dimensionslos		Statische Dielektrizitätszahl	
ϵ^*	dimensionslos		komplexe Dielektrizitätszahl	
ϵ'	dimensionslos		Realteil von ϵ^*	
ϵ''	dimensionslos		Imaginärteil von ϵ^*	
η	K	Kelvin	Temperaturkoeffizient	
μ_r	dimensionslos		Permeabilitätszahl	
ϕ	$^\circ$	Grad	Phasenverschiebung bzgl. Referenzspannung	
σ	S/m		Spezifische Leitfähigkeit	1 S/m=10 mS/cm
$\Delta\sigma$	S/m		Zunahme der spezifischen Leitfähigkeit	
σ^*	S/m		Komplexe spezifische Leitfähigkeit	
ω	Hz	Hertz	Kreisfrequenz	
τ	s	Sekunde	Relaxationszeit	
τ_o	s	Sekunde	Kritische Relaxationszeit	

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die diese Arbeit unterstützt haben :

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Dr. H. Pauly für die Überlassung der Arbeit, für die bei der Arbeit großzügig gewährte Unterstützung und für die Betreuung durch fruchtbare Diskussionen.

Herrn Prof. Dr. J. Bernhardt und Herrn Prof. Dr. R. Helbig danke ich für die Unterstützung und für ihr reges Interesse an dieser Arbeit.

Herrn W. Müller, Feinmechanikermeister, gebührt Dank und Anerkennung. Seine fachkundigen Ratschläge, sein handwerkliches Geschick und die prompte Ausführung aller Arbeiten trugen viel zum Gelingen dieser Arbeit bei.

Frau Holzmann danke ich für ihre Hilfe bei der Erstellung des Manuskripts.

Allen Kolloginnen und Kollegen danke ich für zahlreiche Diskussionen und für die freundschaftliche Atmosphäre am Institut für Radiologie.

L E B E N S L A U F

Name: Schelter

Vornamen: Wolfgang Alfred

geboren: am 27.10.1954 in Arzberg/Obfr.

Vater: Ernst Schelter - Postfacharbeiter

Mutter: Frieda Schelter - Hausfrau

Volksschule: Pestalozzischule Erlangen von Sept.1961 bis Juli 1965

Gymnasium: Ohm-Gymnasium Erlangen von Sept.1965 bis Mai 1974

Zivildienst: Orthopädische Universitätsklinik Erlangen vom 1.Juli 1974
bis 30.September 1975

Studium: Studium der Physik an der Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg vom Wintersemester 1975/76 bis Winter-
semester 1980/81

Berufstätigkeit: Seit 16.8.1981 wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut
für Radiologie der Friedrich-Alexander-Universität Erlan-
gen-Nürnberg

Eheschließung: 1.November 1980 mit Gabriele Schelter, geb. Six

Kinder: Tobias 1982*
Peter Benedikt 1984*

